

Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze

Katedra matematiky a didaktiky matematiky



Diplomová práce

Představy žáků o zlomcích

Pupils' ideas about fractions

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Jana Kratochvílová, PhD.

V Praze 2006

Lenka Kalousová

Děkuji PhDr. Janě Kratochvílové, PhD. za odbornou pomoc, nesmírnou trpělivost a čas, který mi věnovala. Dále bych ráda poděkovala ředitelce školy Základní škola Sdružení, ředitelce školy Základní škola praktická Růžínovská a ředitelovi školy Základní škola Dalovice za to, že jsem měla možnost u nich provést experimenty. Také děkuji všem dětem, které se experimentů účastnily, za jejich spolupráci se mnou.

Lenka Kalousová

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

My Ideas About Fractions

The aim of my diploma work will be finding out pupils' ideas about fractions and what they know about them. I will work with children who have no experience of just about fractions in their school.

Diplomová práce se bude skládat ze dvou hlavních částí. První část bude zaměřena na experimenty, záznam jejich průběhu a především na analýzu řešení těchto dětí. Tato část bude též okrajově věnována využití pomůcek při výuce zlomků. Druhá část bude tvořena popisem mého řešení úloh o zlomcích, jež mi byly zadány. Tento popis bude doprovázen sebereflexí.

Prohlašuji, že jsem zadanou diplomovou práci zpracovala samostatně za odborného vedení vedoucí práce a s použitím uvedené literatury.

My Ideas About Fractions

The aim of my work will be finding out pupils' ideas about fractions and what they know about them. I will work with children who have no experience of just about fractions in their school.

My work will be made of two main parts. The first one will be concentrated on the experiments, their recording and taking notes, but mainly on the analysis of solution to problems by children. This part will consist as a side issue utilization the aids for teaching the fractions. The second part will be made of description of my solution to problems about fractions, which were assign to me. This part will be completed by my reflection.

Lenka Kalousová

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Představy žáků o zlomcích

Cílem mé diplomové práce bude zjistit, jaké představy o zlomcích mají děti, které se v učivu s nimi ještě nesetkaly.

Diplomová práce se bude skládat ze dvou hlavních částí. První část bude zaměřena na experimenty, záznam jejich průběhu a především na analýzu řešení úloh dětmi. Tato část bude též okrajově věnována využitím pomůcek při výuce zlomků. Druhá část bude tvořena popisem mého řešení úloh o zlomcích, jež mi byly zadány. Tento popis bude doprovázen sebereflexí.

Pupils' Ideas About Fractions

The aim of my work will be finding out pupils' ideas about fractions. I will choose children who have no experience or just small experience with the fractions from school.

My work will be made of two main parts. The first one will be concentrated on the experiments, their recording and taking notes, but mainly on the analysis of solution to problems by children. This part will consist as a side issue utilization the aids for teaching the fractions. The second part will be made of description of my solution to problems about fractions, which were assign to me. This part will be completed by my reflection.

Obsah:

ÚVOD.....	1
SLOVNÍČEK POJMŮ.....	3
1.0 EXPERIMENTY	5
1.1 PŘÍPRAVA SCÉNÁŘE EXPERIMENTU	5
1.1.1 Předexperiment.....	5
1.1.2 Realizace experimentů.....	14
1.2 STRUČNÁ CHARAKTERISTIKA ŠKOL A DĚTÍ.....	16
1.2.1 Stručná charakteristika škol.....	16
1.2.2 Stručná charakteristika dětí	18
1.3 UKÁZKA PROTOKOLU	23
1.4 ANALÝZY VYBRANÝCH ŘEŠENÍ ÚLOH Z EXPERIMENTŮ	27
1.4.1 Úloha 1.....	27
1.4.2 Úloha 2.....	30
1.4.3 Úloha 3.....	39
1.4.4 Úloha 4.....	43
1.4.5 Úloha 5.....	47
1.5 POMŮCKY PRO PRÁCI SE ZLOMKY	50
2.0 MOJE ŘEŠENÍ ÚLOH.....	54
2.1 ZADÁNÍ ÚLOH.....	54
2.2 MOJE ŘEŠENÍ ÚLOH SE SEBEREFLEXÍ	55
2.2.1 Úloha 1	55
2.2.2 Úloha 2: Fareyova operace	57
ZÁVĚR.....	58
SEZNAM LITERATURY.....	60
SEZNAM PŘÍLOH.....	

Úvod

Narozdíl od mnohých, pro které je předmět matematika nutným zlem, já beru matematiku jako něco, kde mohu poznávat, objevovat, zkoumat, kde mohu prožívat tu nejistotu, zda to „vyjde či nikoliv“.

Už jako malé dítě mě bavilo stavět „domy“ a jiné předměty z různých stavebnic. Své první ročníky a přístup učitelů k matematice, ke mně i k mým spolužákům si moc nepamatuji, nejspíš tedy byl bezproblémový, ale ne zrovna moc zajímavý. Až v pátém ročníku jsme dostali mladého učitele, který se nás nesnažil nijak poučovat a nenutil nás učit různé vzorečky a podmínky, spíš nás vedl k tomu, abychom věděli, jak k řešení dojít a podporoval nás v tvůrčí práci. To mě moc bavilo, a tak jsem začala chodit na povinně volitelný předmět základy programování. V tu dobu jsme pracovali na starých počítačích IQ 150 a vytvářeli jsme tam jednoduché úlohy, při kterých jsme vždy s napětím čekali, zda je v programu správně vyřešíme.

V osmém ročníku jsem se rozhodla jít na střední pedagogickou školu – tedy školu, kam většinou chodí dívky s tím, že doufají, že už se s matematikou nesetkají. Spouště z nich se „zježily všechny chlupy“, když zjistily, že mezi základní předměty patří matematika a že po dva další roky je čeká i fyzika a chemie. Pro většinu z nich matematika také byla největším „strašákem“, ale já se matematiky nebála. I nadále to byl předmět, který jsem bezproblémově zvládala, ale přístup vyučující mne nijak nemotivoval. Spíš mi utkvěl strach mé spolužačky před každým vysvědčením a mé rychlé pokusy ji doučit poslední látku, aby s námi i nadále mohla pokračovat.

Při nástupu na vysokou školu jsem myslela, že už se s matematikou ani moc nesetkám, maximálně jen s nějakou didaktikou. O to větší „šok“ byl, když jsem ve druhém ročníku, ale pak i ve třetím zjistila, že matematika tu je a vcelku v hojně míře. A musím říct, že to nebylo špatné. Velice mě nadchl seminář matematika s didaktikou, kde jsme dostávali úlohy z různých olympiád a já tak po dlouhé době měla možnost hledat jejich řešení. Ve třetím ročníku jsme dostali za úkol zpracovat projekt. Na projektu Práce se sirkami jsem pracovala se svou spolužačkou. Inspirovala nás k tomu knížka Jiřího Loukoty Veselá matematika.

Zprvu jsme si myslely, že si jen vybereme úlohy, které zadáme dětem na základní škole a na základní škole praktické, a pak zhodnotíme, zda děti úlohy vypočítaly či nikoliv. Při jedné konzultaci nám bylo naznačeno, že pouze ze statistických údajů o úspěšnosti žáků při řešení úloh se nic nedovíme. Oběma nám bylo sice líto té práce a času, který jsme tomu věnovaly, ale začaly jsme znovu. U každého dítěte jsme si psaly každý krok, jak danou úlohu řešilo a snažily se najít, proč udělalo chybu, co ho k tomu vedlo a jak ho dovést k cíli. Po skončení projektu jsme byly rády, že jsme byly zastaveny včas. Analýzy nám daly víc než statistické údaje. Byla to moje první zkušenost s jiným stylem hodnocení žáků a jejich práce. Toto pronikání do dětského myšlení se mi zalíbilo, a proto jsem se rozhodla tomu samému i v mé diplomové práci.

Po dlouhém váhání jsem se rozhodla zvolit téma zlomků. Vedla mě k tomu jedna z přednášek v předmětu matematika s didaktikou, kterou jsem absolvovala ve třetím ročníku, a kde nám Mgr. Marie Tichá, CSc. ukazovala svůj výzkum s dětmi ve druhém ročníku základní školy. Uvědomila jsem si, že se s různými pojmy setkáváme v běžném životě, a stejně tomu je i s pojmem zlomek. Zajímá mě, jak právě tento pojem děti chápou, jak mu rozumí, ještě než se s ním setkají ve škole. Proto i volba dětí měla základní podmínku – musí se jednat o děti, které se ještě ve škole s učivem zlomků nesetkaly. A protože studuji obor Speciální pedagogika – učitelství na speciálních školách, chtěla jsem i vědět, jaké představy o pojmu zlomek mají žáci základní školy praktické.

Je velice jednoduché někomu něco zadat a pak ho „jenom“ sledovat. Protože jsem nechtěla zůstat jen pasivním sledovatelem, rozhodla jsem se i já „zpracovat“ trochu na sobě, a proto i jednou z kapitol v mé diplomové práci bude i část, kde počítám úlohy. Vedl mě k tomu i pocit, že se chci rozvíjet v oblasti matematiky.

Slovníček pojmů

Slovníček pojmů řadím nezvykle na začátek své práce, protože považuji za důležité ujasnit pojmy, které se v mé práci často vyskytují. Tento slovníček pojmů mi při mé práci velmi pomohl a já doufám, že bude sloužit i pro ty, kteří se v dané problematice běžně neorientují.

Procesuální: (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 34): „Adjektivem procesuální označujeme ty obsahy, aktivity či stavy našeho vědomí, ve kterých rozhodující roli hraje časová posloupnost.“

Kontinuální prostředí: (Akademický slovník cizích slov, 2001, s.436): „Adjektivum od slova kontinuum. Jedná se o něco souvislého, nepřetržitého. Matematicky to znamená uzavřenou, souvislou množinu.“

Diskontinuální prostředí: Budu považovat za antonymum od slova kontinuální. Důležitý je zde počet, nejedná se o celek, ale o nějaké kusy.

Kmenový zlomek: (Hejný, 2004, s. 348): „Více než 1000 let pracovali egyptští počtáři pouze s kmenovými zlomky jako menšími jednotkami počítání s částmi. Kmenový zlomek je tedy konceptem (předpojemem) jmenovatele zlomku. Ve vyučování však kmenovému zlomku věnujeme malou pozornost.“

Současný způsob zavedení pojmu zlomek ve škole použije pojem kmenového zlomku, ale jen jako předstupně pojmu zlomek. Pojem zlomku je totiž založen na konstrukci

$$1 \rightarrow \frac{1}{n} \rightarrow m \cdot \frac{1}{n} \rightarrow \frac{m}{n}$$

Hladina separovaných (izolovaných) modelů: (Hejný, 2004, s. 28): „Jde o postupné nabývání zkušeností s konkrétními případy budoucího poznání. Čím více takových různorodých modelů dítě pozná, tím pevnější bude jeho výsledné poznání. Mezi těmito separovanými modely hrají důležitou roli modely překvapivé, modely zdánlivé a ne-modely.“

Hladina generických (univerzálních) modelů: (Hejný, 2004, s. 28): „Generický model je prototypem buď všech, nebo jisté skupiny separovaných modelů. Může zastupovat kterýkoli ze separovaných modelů této skupiny a působí ve skupině jako její organizační agent. Generickým modelem pro počítání předmětů jsou zejména prsty a počítadlo. Pro poznávací proces, v jehož jisté etapě se objeví více generických modelů, je důležité jejich vzájemné uspořádání.“

Hladina automatizace: (Hejný, 2004, s. 29): „Je to nácvik již známého. Ve vyučování hraje důležitou, často však bohužel negativní roli.“

1.0 Experimenty

V této kapitole se věnuji experimentům, které jsem prováděla na třech školách, abych zjistila představu dětí o zlomcích. Kapitola je rozvržena do několika částí.

1.1 Příprava scénáře experimentu

Během přípravy experimentu vznikly čtyři verze, které dokumentují můj vývoj práce s dětmi ve zvoleném tématu.

1.1.1 Předexperiment

Zde jsou popsány tři verze, jejich vývoj, uspořádání a organizace práce s dětmi, kterým ta daná verze byla zadána.

Verze 1

Tato verze (viz níže) je jen verzí „pracovní“. Pracovala jsem zde značně nesystematicky, chtěla jsem spíše jen „prozkoumat terén“. Zjistit, co děti znají a co od nich mohu očekávat. Verze vznikala v průběhu měsíce květen 2005.

Průzkum byl veden metodou rozhovoru mezi mnou a dětmi. Na otázky mi odpovídalo 20 dětí z 1. ročníku Základní školy Sdružení, tzn. děti ve věku 6 - 7 let. S jednou dívkou – Adélkou jsem pracovala individuálně dne 24.5.2005 v době od 10:55 do 11:40 ve třídě (ostatní děti měly tělesnou výchovu). Se zbývajících dětmi té třídy jsem pracovala frontálně následující den (25.5.2005) od 10:00 do 10:20.

Bohužel z tohoto průzkumu mám jen svoje poznámky a nemám tedy tuto část řádně zdokumentovanou.

I přes špatnou dokumentaci této verze, jsem se rozhodla ji do své diplomové práce umístit, protože pro mě byla verzí výchozí a tedy i značně důležitou.

- **Příprava verze 1**

Dětem budou kladeny tyto dotazy:

1. „Víte, co toto znamená?“

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$$

2. „Co vás napadne, když se řekne polovina, čtvrtina a třetina?“

3. „Adam, David a Tomáš si koupili stejné čokoládové tyčinky. Adam snědl 1 polovinu, David si snědl 2 čtvrtiny a Tomáš snědl celou tyčinku. Kdo snědl nejvíc a kdo naopak nejméně?“

- **Průběh experimentu:**

Úloha 1: Zlomky byly napsány pod sebou na tabuli, Adélka je měla napsané na papíru.

Žádné z dětí nevědělo (viz výše úloha 1), o co se jedná. Děti, které mají starší sourozence (ze třídy to bylo jedenáct dětí), řekly, že to u nich viděly.

Adélka řekla, že tam vidí čísla napsaná pod sebou a vyjmenovala je – jednička a pod ní dvojka atd.

Úloha 2: Pojmy jsem kladla postupně, vždy jsem dala dětem čas na odpověď.

U pojmu polovina byly nejčastěji tyto odpovědi: půlka koláče, kuřete, pizzy, chleba, čokolády, křídý... .

U pojmu čtvrtina byla většina odpovědí opět na téma jídlo. Též jsem se dozvěděla, že čtvrtina je méně než polovina.

U pojmu třetina ve třídě zavládlo ticho. Pouze jednoho chlapce zde napadla spojitost s hokejem.

Úloha 3: Tato úloha byla zadána jen Adélce.

Adélka si při řešení úlohy pomáhala překládáním papíru. Ihned poznala, že Tomáš snědl nejvíc, protože snědl celou čokoládu. Potom byl prý Adam (snědl polovinu čokolády) a nejmiň snědl David (2 čtvrtiny).

Adélka ode mne dostala za odměnu čokoládu, na které jsme si úlohu potom vyzkoušely. Při manipulaci s čokoládou Adélka zjistila, že Adam a David snědli vlastně stejně.

- **Zkušenosti z verze:**

Úlohu 1 jsem se rozhodla v další verzi vynechat, protože z dvaceti dětí nikdo nedokázal odpovědět. Domnívám se, že tomu bylo proto, že se jedná o formální zápis, se kterým děti ve věku 6 – 7 let nemají zkušenost. Setkávají se s ním až později.

Odpovědi u úlohy 2 se mi naopak zdály zajímavé, a proto jsem se rozhodla tuto úlohu ponechat. Objevuje se tedy i v dalších verzích, ve kterých navíc žádám děti, aby svou představu znázornily.

Úlohu 3 jsem také nechala, protože mě zajímal způsob, jakým děti úlohu řeší. Trochu jsem ji ale poopravila, protože jsem chtěla, aby v zadání úlohy každý z chlapců snědl jinou část čokolády.

Verze 2

Úlohy z této verze byly zadány pěti dětem. Čtyři děti jsou ze Základní školy Sdružení, jedna dívka je pak ze Základní školy Dalovice. Děti se mnou pracovaly v odpoledních hodinách individuálně. Po celou dobu jejich řešení byly nahrávány na diktafon. Řešení úloh od všech dětí jsou uvedena v příloze. Děti, kterým byl experiment zadán, jsou charakterizovány níže. U některých řešení úloh jsem provedla analýzu (viz kapitola 1.4).

Základní škola Sdružení:

Experiment jsem prováděla v kabinetu na detašovaném pracovišti Základní školy Sdružení. Detašované pracoviště leží cca 20 minut od hlavní budovy.

<u>Jméno</u> ¹	<u>Věk</u>	<u>Ročník</u>	<u>Datum</u>	<u>Čas</u>	<u>Verze</u>	<u>známka</u> ²
Anička	10 let	4.	5.12.2005	14:00-14:20	2	1
Jan	9 let	3.	5.12.2005	14:25-14:50	2	1
Markéta	9 let	4.	6.12.2005	14:30-15:00	2	1
Lucie	10 let	4.	6.12.2005	14:00-14:25	2	2

¹ Z důvodu ochrany osobních dat byla u všech dětí změněna jména.

² Jedná se o známku z matematiky, kterou dostaly děti na vysvědčení.

Základní školy Dalovice:

Experiment jsem provedla pouze s jednou dívkou z 5. ročníku. Pracovaly jsme v místnosti určené pro individuální práci se žáky.

<u>Jméno</u>	<u>Věk</u>	<u>Ročník</u>	<u>Datum</u>	<u>Čas</u>	<u>Verze</u>	<u>známka</u>
Lenka	13 let	5.	2.12.2005	13:00-13:50	2	Slovní hodnocení

- **Příprava verze 2 (podzim 2005)**

Dětem budou zadány tyto úlohy:

1. Rozděl 3 stejně velké koláče mezi 6 dětí tak, aby každý dostal stejně.
2. Anička řekla, že přijde domů za půl hodiny, Tonda za čtvrt a Petr za tři čtvrtě. Kdo přijde domů nejdřív a kdo nejpozději?
3. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?
4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku³ čokolády, Tomáš půlku⁴ a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)
5. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušnout.
6. Maminka rozdělila koláč na čtvrtiny. Na kolik dílů maminka koláč rozdělila?
7. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)

³ Čtvrťka – jedná se o spisovný výraz, místo nějž se ale v matematice používá pojem čtvrtina. Domnívala jsem se, že tento výraz bude dětem bližší, ale bohužel tomu bylo mnohdy naopak.

⁴ Půlka – spisovný výraz, v matematice spíše ale využíváme pojem polovina.

8. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a dala ji Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala ji Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

Děti budou mít úlohy rozvržené na pěti stránkách takto:

<p>1. Kasal? 12. Arslat vabik kasal? Kasal? 13. Arslat vabik kasal?</p> <p>2. Kasal? 14. Arslat vabik kasal? Kasal? 15. Arslat vabik kasal?</p>	<p>3. Kasal? 16. Arslat vabik kasal? Kasal? 17. Arslat vabik kasal?</p> <p>4. Kasal? 18. Arslat vabik kasal? Kasal? 19. Arslat vabik kasal?</p>	<p>5. Kasal? 20. Arslat vabik kasal? Kasal? 21. Arslat vabik kasal?</p> <p>6. Kasal? 22. Arslat vabik kasal? Kasal? 23. Arslat vabik kasal?</p>	<p>7. Kasal? 24. Arslat vabik kasal? Kasal? 25. Arslat vabik kasal?</p> <p>8. Kasal? 26. Arslat vabik kasal? Kasal? 27. Arslat vabik kasal?</p>	<p>9. Kasal? 28. Arslat vabik kasal? Kasal? 29. Arslat vabik kasal?</p> <p>10. Kasal? 30. Arslat vabik kasal? Kasal? 31. Arslat vabik kasal?</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- **Zkušnosti z verze 2:**

Úloha 1 byla velice jednoduchá. Domnívám se, že se děti s podobným typem úloh setkaly při dělení. Protože by nebylo následně, co analyzovat, tak jsem tuto úlohu pro další verzi vynechala.

Úloha 2 byla naopak příliš obtížná. Domnívám se, že důvodem obtíží mohla být neznalost hodin u některých dětí. Též se zde objevují jiné pojmy (tři čtvrtě místo tři čtvrtiny), proto jsem tuto úlohu také neponechala.

Úloha 3 byla zařazena i do další verze, protože dobře ukazuje, co si děti pod pojmy polovina, čtvrtina a třetina představují.

Úlohy 4 a 5 byly také ponechány. Jedná se o modelové úlohy, které vycházejí z praktického života. Zajímalo mě, jak budou děti úlohy řešit.

Úloha 6 byla velmi jednoduchá. Pokud se dítě setkalo s pojmem čtvrtina a ví, co tento pojem znamená, tak to samé většinou uvedlo a znázornilo v úloze 3. Rozhodla jsem se tedy tuto úlohu pro další verzi neponechat.

Úloha 7 byla zařazena i do další verze. V této úloze se prolíná kontinuální a diskontinuální prostředí. Zajímalo mě tedy, jak se děti s touto úlohou vypořádají.

Úloha 8 byla také zařazena i do další verze. V této úloze děti pracují s modelem koláče, což je trochu odlišné oproti předchozím zadáním úloh.

Řešení úloh 3, 4, 5, 7 a 8 se prolíná i zbývajícímí verzemi, a proto jsem vybrala zajímavá řešení těchto úloh do kapitoly 1.4, kde tato řešení analyzuji.

Jméno	Věk	Sešit	Datum	Čas	Verze	Známka
Václav	10 let	4	9.1.2006	14:00-14:20	3	1
Natálie	8 let	2	9.1.2006 24.3.2006	14:25-14:45 9:55-10:04	3	1
David	7 let	2	10.1.2006	10:55-11:15	3	2
David	8 let	2	10.1.2006	11:20-11:40	3	2

Průběh řešení

Z důvodu rychlé unavitelnosti dětí budu ponechat jen pět úloh. Dětem budou zadány tyto úlohy:

1. Číslo napsáno, když se řekne slovo čísla, třetina, čtvrtina?
2. Čokoláda má 12 dílků, Eva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázornit)
3. Zapomek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázornit, kde má talířek tyčku přetřihnout.

Verze 3

Tato verze vznikla na základě předchozí verze. Verze 3 byla zadána čtyřem dětem ze Základní školy Sdružení. Úlohy byly zadány dětem v kabinetu na detašovaném pracovišti výše zmíněné školy. Průběh řešení byl zaznamenáván na diktafon. Všechny děti se mnou pracovaly individuálně.

<u>Jméno</u>	<u>Věk</u>	<u>Ročník</u>	<u>Datum</u>	<u>Čas</u>	<u>Verze</u>	<u>známka</u>
Vítek	10 let	4.	9.1.2006	14:00-14:20	3	1
Natálie	8 let	2.	9.1.2006 24.3.2006	14:25-14:45 9:55-10:04	3	1
David	7 let	2.	10.1.2006	10:55-11:15	3	2
Dan	8 let	2.	10.1.2006	11:20-11:40	3	2

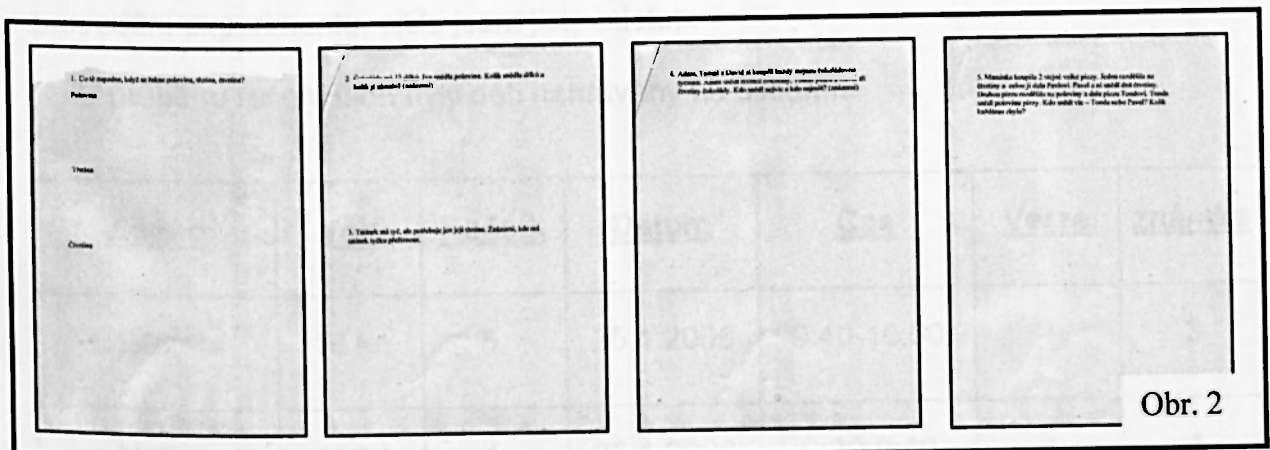
- Příprava verze 3

Z důvodu rychlé unavitelnosti dětí bude ponecháno jen pět úloh. Dětem budou zadány tyto úlohy:

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerážnout.

4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)
5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

Děti budou mít úlohy rozvržené na čtyřech stránkách takto:



Obr. 2

• Zkušenosti z verze 3

Všechny úlohy se ukázaly jako vhodné pro diagnostiku představ žáků o zlomcích, proto jsem se rozhodla je ponechat pro finální verzi. Jen u úlohy 4 nastal jeden menší problém.

V úloze 4 dětem dělalo potíže rozdělení slov tři čtvrtiny. Tyto dvě slova patří v zadání úlohy významově k sobě. Děti však měly v zadání slovo tři natištěno na jednom řádku a slovo čtvrtiny na řádku druhém, což dětem činilo potíže. Chápaly to jako dvě odlišná slova, která nepatří k sobě. Proto jsem se to rozhodla pozměnit.

1.1.2 Realizace experimentů

Zde je popsána finální verze, která byla sestavena na základě verze 3 (viz výše). U této verze byla jen provedena lehká grafická úprava.

Verze 4

Experiment jsem prováděla individuálně v počítačové učebně s pěti dětmi ze Základní školy praktické Růžinovská. Tyto děti mě neznaly, což bylo znát při provádění experimentu, cítila jsem jistý odstup.

V průběhu řešení úloh byly děti nahrávány na diktafon.

<u>Jméno</u>	<u>Věk</u>	<u>Ročník</u>	<u>Datum</u>	<u>Čas</u>	<u>Verze</u>	<u>známka</u>
Michaela	10 let	5.	25.1.2006	9:40-10:00	4	3
Vojta	10 let	4.	25.1.2006	9:20-9:40	4	1
Kateřina	12 let	6.	25.1.2006	8:50-9:15	4	1
Michal	13 let	7.	25.1.2006	8:30-8:45	4	1
Tomáš	12 let	6.	25.1.2006	8:00-8:25	4	1

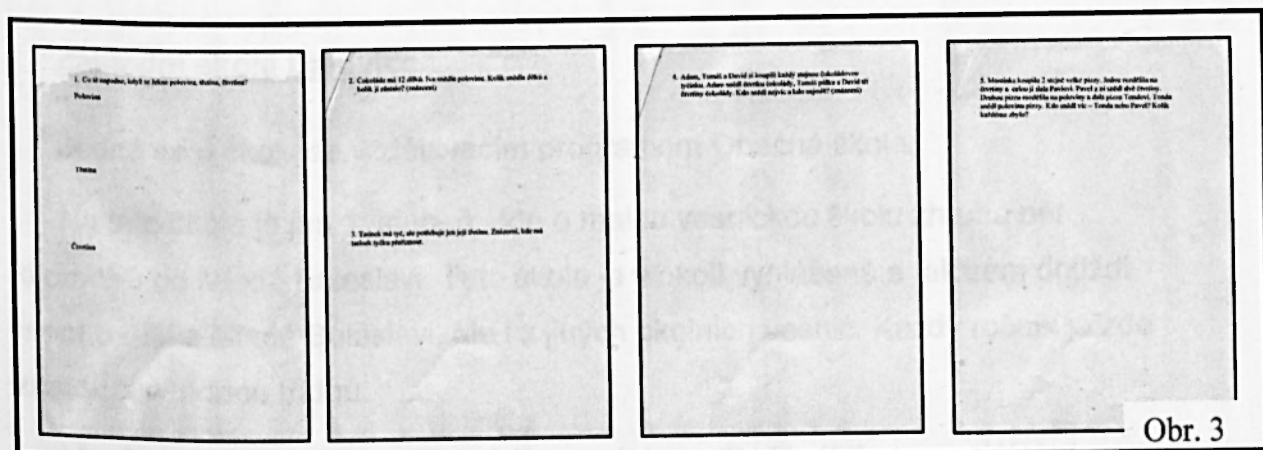
- Příprava verze 4**

Dětem budou zadány tyto úlohy:

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přeříznout.
4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)
5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

Děti budou mít úlohy rozvržené na čtyřech stránkách takto:



Obr. 3

1.2 Stručná charakteristika škol a dětí

Jedná se o stručnou charakteristiku škol, kde jsem prováděla experimenty a o charakteristiku dětí, kterým byly zadány úlohy z verze 2, 3 a 4.

1.2.1 Stručná charakteristika škol

Základní škola Sdružení

Jde o školu se vzdělávacím programem Základní škola. Škola se nachází na Praze 4 v Nuslích.

Na této škole učím předmět anglický jazyk a tak mě většina dětí dobře zná (jak z běžných hodin tak i z kroužku anglického jazyka).

Základní škola Dalovice

Jedná se o školu se vzdělávacím programem Obecná škola.

Na této škole je jen 1. stupeň. Jde o malou vesnickou školu zhruba pět kilometrů od Mladé Boleslavi. Tato škola je v okolí vyhlášená a tak sem dojíždí mnoho dětí z Mladé Boleslavi, ale i z jiných okolních vesnic. Každý ročník je zde zastoupen jednou třídou.

V průběhu deseti let zde již bylo integrováno několik dětí se speciálními potřebami (např. dvě děti s Downovým syndromem, dívka s DMO). Děti se jsou zde více vedeny toleranci k člověku, který je odlišný.

Mimo dívky, které byly zadány úlohy, mě děti na této škole neznaly.

Základní škola praktická Růžinovská

Jedná se o školu se vzdělávacím programem Základní škola praktická. Škola se nachází na Praze 4 v Krči.

Na této škole jsou děti od 1. do 9. ročníku. Jde o menší školu, která má maximálně dvě paralelní třídy. 4. a 5. ročník je spojen.

V této škole jsem byla poprvé a děti mne neznaly.

Základní škola Svatý Jan

Chcete-li se dozvědět více o této škole, můžete se podívat na základě rozhovoru s dívkou a jak se projevuje při svých hodinách anglického jazyka.

Aneta

Aneta je velmi chytrá a bystrá dívka, která se momentálně ze svého učiva zajímá o novinky ve světě módy. Je velice ráda, když ji učitel věnuje pozornost a pochvalu. Ráda pomáhá a do jakékoliv nové činnosti se pouští s radostí.

Učebnice v anglickém jazyce je nejlépe přizpůsobená, a proto v jejím případě nebylo třeba nic měnit (viz příloha 01).

Jan

Jan je jeden z 3. ročníku, a kterým jsem experiment uskutečnila. Patří mezi lepší žáky třídy. Jeho zájmy jsou typicky „klukovské“. Rád hraje fotbal a sleduje filmy a videohry.

Z důvodu, že Jan vyřadil buď správně, nebo chybě – a to jen v případech, kdy měl nějakou chybu, bylo třeba zcela chybět, například jsem jeho práci hodnotila (viz příloha 02).

Markéta

Markéta je velmi aktivní dívka se zrakovou vadou celoborní (možná slyší a rozumí). Na pravé oko navazuje, čehož si ale málokdy všimne, protože je velmi malá. Markéta má ráda pohyb.

1.2.2 Stručná charakteristika dětí

Charakterizují zde všechny děti, které dostaly zadání úloh z verze číslo 2, 3 a

4. Záznamy dětských prací jsou uloženy v příloze.

- **Základní škola Sdružení**

Charakteristiku dětí jsem provedla na základě rozhovoru s dítětem a jak se projevuje při mých hodinách anglického jazyka.

Anička

Jedná se o velmi chytrou a bystrou dívku, která se momentálně ze všeho nejvíce zajímá o novinky ve světě módy. Je velice ráda, když ji učitel věnuje pozornost a pochválí ji. Ráda pomáhá a do jakékoliv nové činnosti se pouští s chutí.

Úlohy v experimentu ji nečinily žádnou potíž, a proto v jejím případě nebylo následně co analyzovat (viz příloha 01).

Jan

Honzík byl jediný žák 3. ročníku, s kterým jsem experiment uskutečnila. Patří mezi lepší žáky třídy. Jeho záliby jsou typicky „klukovský“. Rád hraje fotbal a sleduje filmy s válečnou tematikou.

Z důvodu, že úlohy vyřešil buď správně, nebo chybně – a to jen v případech, kde představa o pojmu třetina zcela chybí, nepodrobila jsem jeho práci podrobnější analýze (viz příloha 02).

Markéta

Jde o zvědavou a hyperaktivní dívku se zrakovou vadou colobom iridis (rozštěp sítnice a duhovky). Na pravé oko nevidí, čehož si ale málokdo všimne, protože je natolik „živá“, že ji její handicap omezuje jen velmi málo. Markéta má ráda pohyb,

ve škole ji baví nejvíce tělesná výchova. Na svůj věk je tato dívka malého vzrůstu, ale nikdo ji nepřehlédne, protože ji je „všude plno“.

Markéta pracovala samostatně. Naše práce byla časově omezená, protože dívka musela odejít domů dříve a tak z osmi úloh vyřešila úloh pět (viz příloha 03).

Lucka

Jedná se o průměrnou žákyni, která se velmi obává neúspěchu a nevěří si. Ve škole ji baví předmět výtvarná výchova, což je vidět i na jejích obrázcích v experimentu (viz příloha 04). Obrázky v experimentu všelijak zdobila a dokreslovala. Lucka má dále ráda pohybové aktivity, ráda tančí a zpívá.

Do řešení úloh se Lucka pouštěla s chutí. V průběhu experimentu často kladla dotazy: „Je to dobře? Může to být takhle?“ Nebo konstatuje: „Mám to špatně.“

Vítek

Vítek patří mezi „špičku“ třídy. Jeho obrázky v experimentu jsou velice pečlivě nakresleny (viz příloha 06). Vítek rád kreslí. Ve škole ho mimo hudební výchovy baví vše (dle jeho výpovědi).

Do experimentu musel být přesvědčován, ale nakonec všechny úlohy pečlivě splnil během deseti minut i s pěkně nakreslenými obrázky.

Natálka

Natálka je průměrná žákyně, která ale do školy chodí ráda, protože zde má hodně kamarádek. Chodí do tanečního kroužku. Ráda zpívá a hraje na flétnu.

V odpoledních hodinách, kdy experiment probíhal, byla na dívce zřejmá únava. Úlohy však plnila poctivě (viz příloha 07).

David

David patří mezi průměrné žáky, ale jinak se jedná o velice veselého chlapce, který je velmi komunikativní. Ve škole ho baví pracovní a tělesná výchova. Rád hraje míčové hry. Dle výpovědi jeho spolužáků je jedním z nejlepších ve vybíjení.

David se mnou také pracoval místo hodiny tělesné výchovy ze stejných důvodů jako Dan.

Úlohy (viz příloha 08) vypracovával s chutí a s úsměvem.

Dan

Dan patří mezi šikovné žáky. Ve volné čase hraje fotbal. Ve škole ho baví tělesná výchova a matematika.

Dan se mnou pracoval místo hodiny tělesné výchovy, protože byl po nemoci a nemohl cvičit.

Úlohy řešil rychle, měl k dispozici penál s pastelkami a tak si s úlohami „hrál“ a obrázky všelijak dokresloval (viz příloha 09).

• Základní škola Dalovice

Charakteristiku Lenky jsem provedla na základě rozhovoru s ní, rozhovoru s třídní učitelkou. Tuto dívku osobně znám z Klubu rodičů a přátel dětí s Downovým syndromem.

Lenka

V době experimentu třináctiletá žákyně 5. ročníku s Downovým syndromem. Lenka je již 6. rokem integrována na běžné základní škole. 4. ročník opakovala. Dívka na základní škole nemá individuální plán, ale v hlavních předmětech je hodnocena slovně.

Dívka se s učivem ziomků již tedy setkala a nějaké představy měla.

Lenka mne dobře zná, protože spolupracuji s Klubem rodičů a přátel dětí s Downovým syndromem.

Lenka ráda ve škole pracuje s keramickou hlinou. Navštěvuje kroužek keramiky. Ráda hraje na flétnu a zpívá. V pohybových aktivitách je pomalejší, ale nevyhýbá se jim. Ráda jezdí na kole a běhá.

Vzhledem k možnostem dívky jsem v průběhu experimentu měnila činnosti. U některých úloh pracovala Lenka samostatně (viz příloha 05).

• Základní škola praktická Růžinovská

Charakteristika dalších dětí proběhla jen na základě rozhovoru při průběhu experimentu a z toho, co jsem vypožadovala. Děti na této škole mě neznaly.

Michaela

Jde o velmi komunikativní dívku, která pracovala s chutí, ale víc než řešení úloh ji zajímal diktafon, kterým jsem experimenty zaznamenávala. V průběhu experimentu se mnou stihla probrat své oblíbené barvy, zpěváky atd. (viz příloha 10).

Vojta

Vojta je velice tichý chlapec, pro nějž jsem byla cizí a tak se mnou přes veškerou mou snahu moc nekomunikoval. Úlohy plnil většinou bez řečí, ihned vše namaloval a řešil (viz příloha 11).

Vojta je bratr Tomáše, se kterým jsem též prováděla experiment.

Katka

Katka je velice málomluvná, ale dle vyučujících došlo letos ke zlepšení – vloni komunikovala jen s třídní učitelkou, nyní hovoří i s ostatními učiteli a začíná komunikovat i s dětmi.

Mimo tento fakt Katka měla pravděpodobně i obavu ze mne – pro ni z neznámé osoby a z nové činnosti. Toto však dokázala překonávat a snažila se spolupracovat. V průběhu řešení úloh (viz příloha 12) i odpovídala na mé dotazy.

Michal

Michal přestoupil na tuto školu teprve vloni a podle jeho sdělení je zde spokojený. Předtím navštěvoval „běžnou“ základní školu.

Pracoval s chutí a byl i rád, že se jeden člověk věnuje speciálně jen jemu. Záznam jeho řešení je zaznamenán v příloze (viz příloha 13).

Tomáš

V průběhu plnění úloh byl nervózní. Nejspíš mu nebyla příjemná práce s pro něj neznámým člověkem. I Tomáš byl velice tichý a do odpovědí jsem ho musela nutit. Jinak však úlohy plnil s chutí (viz příloha 14).

1.3 Ukázka protokolu

Experimenty byly nahrávány na diktafon. Následně byly tyto nahrávky zpracovány do protokolů. Do této kapitoly jsem vložila jeden protokol, aby si čtenář udělal představu, jak takový záznam z nahrávky vypadal. Nepovažuji za důležité uvést všechny protokoly, protože části z protokolů jsou vloženy vždy před analýzou vybraných prací (viz kapitola 1.4).

Protokol

Jméno: Michal

Věk: 13 let

Datum: 25.1.2006

čas: 9:25 – 9:45

Základní škola praktická

7. ročník

Experimentátor01: Ahoj, já se jmenuji Lenka a potřebovala bych od tebe pomoci s těmito úlohami. Nemusíš se ničeho bát, nebudu tě nijak hodnotit a vše, co uděláš bude dobře.

Michal01: (Čte zadání první úlohy). Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina a čtvrtina?

E02: Slyšel jsi to někdy?

M02: Jo, takže polovina, třeba půlka koláče.

E03: Půlka koláče, bezvadný, uměl bys to namalovat?

M03: Hm. (Kreslí kruh, který půlí).

M04: Třetina koláče.

E04: Počkej, to už tě nic jiného nenapadne?

M05: Třeba půlka penálu.

E05: Viděl jsi někdy půlku penálu?

M06: Jo, my dělali pokus ve třídě s penálem jednoho kluka. Nebo třeba půlka rohlíku. (*Kreslí rohlík a uprostřed něj kreslí čáru - naznačení poloviny*).

M07: Nebo půlka banánu. (*Opět kreslí banán a půl ho*).

E06: Třetina.

M08: Třetina koláče.

E07: Tak ji tam namaluj.

M09: Takhle? (*Michal kreslí obr. 4a*).

E08: Já nevím, ty to kreslíš.

M10: To je vlastně čtvrtina. (*Michal dokresluje další čáry - obr. 4b*).

M11: Nebo třetina banánu.

M12: Jeden, dva a tři (*říká a kreslí čáry*). Tři třetiny tvoří jeden celek (*obr. 4c*).

M13: Nebo třetina rohlíku. (*Kreslí něco obdobného jako banán, jen o trochu menší - obr. 4c*).

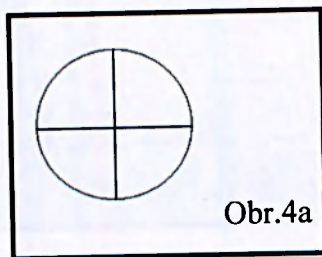
E09: Bezvadný a co takhle čtvrtina?

M14: No třeba zase čtvrtina koláče. Jeden, dva, tři a čtyři. Čtyři čtvrtiny tvoří jeden celek. (*Kreslí koláč - kruh, který dělí na 4 části - obr. 4*).

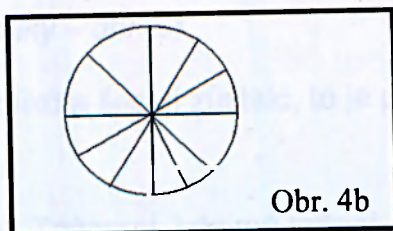
M15: A nebo čtvrtina banánu a rohlíku. (*Kreslí to samé jako u třetiny - obr. 4*).

E10: Hele Michale, zkus se ještě jednou podívat, co jsi namaloval u pojmu třetina a co u pojmu čtvrtina. Není to stejné?

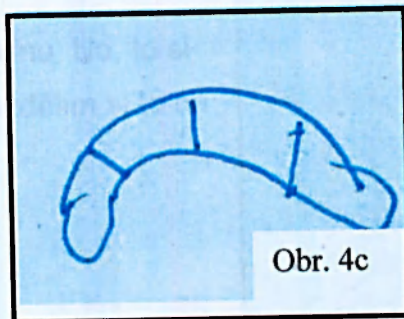
M16: Je, u třetiny musí být o jednu čáru méně, protože musím mít tři části. Mám to předělat?



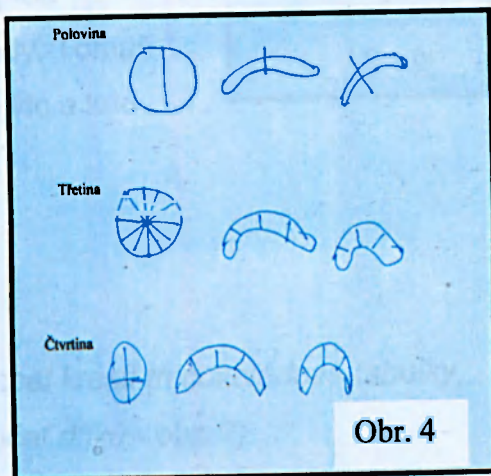
Obr. 4a



Obr. 4b



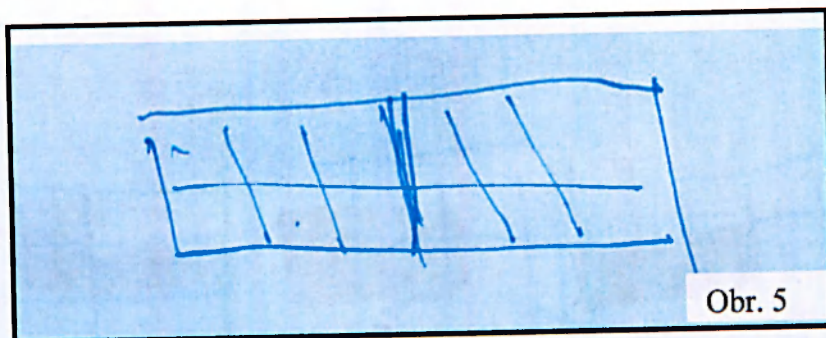
Obr. 4c



Obr. 4

E11: Ne, to už jsem ti napověděla.

M17: Čokoláda má dvanáct dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (Čte zadání úlohy).



M18: Musím to znázornit?

E12: Musíš.

M19: Ach jo. (Znázorňuje čokoládu se dvanácti dílky – obr. 5).

M20: No, když snědla polovinu, tak snědla šest dílků a šest jí zůstalo, to je přece jasný.

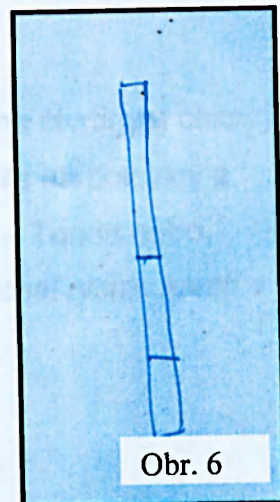
M21: Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušnout. (Michal čte zadání úlohy).

M22: Tak si nakreslím tyč. A znázorním si polovinu. No, to si budu muset změřit. No, udělám si polovinu a rozdělím si to na tři dílky.

E13: A kde bude ten tatínek řezat?

M23: Tady nebo tady. (Ukazuje na obr. 6).

M24: Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (Zadání úlohy).



M25: Kolik bylo těch čokoládových tyček?

E14: Tak si to spočítej, vždyť jsi tak šikovný.

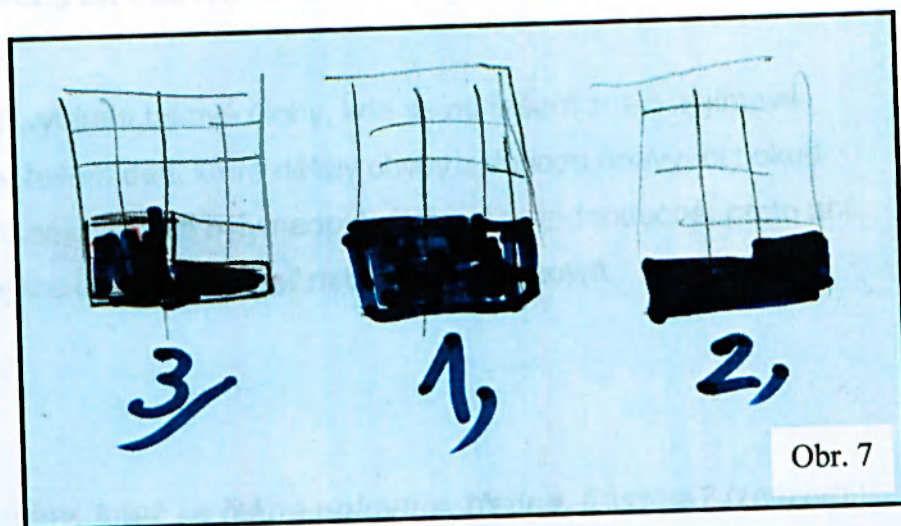
M26: Takže nakreslím tři čokoládové tyčky. (Michal kreslí tři čokoládové tabulky, kreslení už šidí a tak má každá čokoláda jiný počet dílků - obr. 7).

(Vybarvené dílky jsou části, které kluci snědli. Michal kreslí v tichosti a rychle -

Nejsem si tedy jista, jak došel k výsledku).

M27: Nejvíc snědl ten Tomáš, pak David a nejmiň Adam.

E15: A jak si k tomu přišel?



M28: Adam – dvacet děleno čtyřmi je pět a tak vybarvím pět dílků. (Dle obrázku je vybarveno šest dílků).

M29: Tomáš – tam je to jasné, snědl půlku čokolády. (Opět to neodpovídá).

M30: David – čtrnáct dílků děleno třemi jsou čtyři a kousek.

M31: Nejvíc tedy snědl Tomáš, pak David a nejmiň Adam.

M32: Maminka koupila dvě stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo? (Zadáni poslední páté úlohy. Michal rychle kreslí a ihned maluje, kolik kdo snědl).

E16: Kolik každému zbylo?

M33: Snědli stejně a zbylo jim stejně.

E17: Mohl bys mi tam napsat odpověď?

M34: Jo, klidně.

M35: Můžu tady s tebou zůstat až do zvonění?

E18: Proč ne, ale ono už bude každou chvíli zvonit.

Po zvonění se loučíme a já děkuji za pomoc a dávám Michalovi za odměnu čokoládu, kterou se ihned Michal paní ředitelce chlubí.

1.4 Analýzy vybraných řešení úloh z experimentů⁵

Pro analýzy jsem vybírala takové úlohy, kde se mi řešení zdálo zajímavé. Nejsou analyzována řešení dětí, které dělaly chyby z důvodu únavy, či pokud vůbec nevěděly. Pro některé děti byly naopak úlohy moc jednoduché, proto ani jejich řešení zde nejsou uvedena, neboť nebylo co analyzovat.

1.4.1 Úloha 1

Zadání: *Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?* (znázorni)

Michal (13 let)

Průběh řešení je zaznamenán v ukázkovém protokolu (str. 23). U pojmu polovina a čtvrtina není co dodat, a proto budu analyzovat jen to, co Michal nakreslil u pojmu třetina (M08 – M13).

• Analýza pro pojem třetina

Nejprve Michal kreslí model koláče a čtvrtí ho (M09). Dochází k vnitřnímu konfliktu. Na jedné straně chce ukázat část z celku (ví, že se jedná o zlomek, tedy čtvrtí koláč). Na druhé straně ví, že to nemůže být třetina, protože tak vypadá čtvrtina (M10), a proto dokresluje další čáry (bezmyšlenkově to předělává na osminy, pak desetiny a nakonec tam má jedenáct dílků). Ví tedy, že ten koláč má rozdělit, ale není si tak úplně jist, kolik částí by měl získat.

U banánu už je to jiné. Ví, že banán musí rozdělit (rozřezat) a tuto činnost propojuje na počet tři, tedy udělá tři řezy. To je jeho dělení na třetiny. Neuvědomuje si (nejspíš chybí zkušenost), že pokud budou čáry tři, vzniknou díly čtyři (obr.4c). K tomu, že má být čar méně, došel Michal až na základě mého dotazu (J10). Předělat ho to, ale nenechávám, protože už jsem mu trochu napověděla.

⁵ Čísla úloh jsou uváděna dle finální verze (viz str. 14).

Katka (12 let)

Průběh řešení byl bez problémů, ale chtěla bych se pozastavit nad obrázkem u pojmu třetina.

• Záznam z části protokolu

Katka02: Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina? (*Zadání první úlohy*).

K03: Polovina, půlka

Experimentátor03: Půlka čeho?

K04: Půlka kolečka. (*Ticho*).

E04: Ještě něco tě napadne? Slyšela jsi to někde?

K05: Půlka čtverce.

E05: Ještě něco?

K06: Dort.

E06: Uměla bys ho namalovat? (*Kreslí model koláče, který půlí a čtverec – obr. 8*).

E07: Tak jdeme na další.

K07: (*Povzdech*). Třetina – tři části.

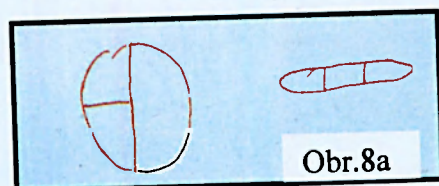
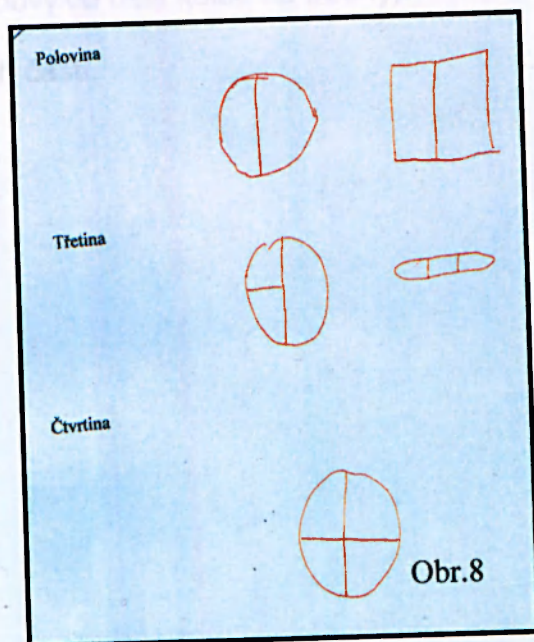
E08: Zkusila bys mi to nějak namalovat? (*Kreslí koláče, který dělí na tři části, a rohlík obr. 8 a*).

E09: Tak další slovo tam máme... .

K08: Čtvrtina. (*Ticho a Katka kreslí model koláče*).

E10: Bezva a co jsi mi to namalovala?

K09: Bábovku.



- **Analýza:**

Katka správně ví, že třetina znamená rozdělení předmětu na tři části, ale u modelu koláče nepovažuje za důležité rozdělení na tři stejně velké části – musí mít tři díly, ale jedno jak velké. Možná se jedná jen o omyl (u obrázku rohlíku jsou části stejné a u úlohy 3 – zadání viz str. 15, kdy dělí tyč na třetiny také), já si však myslím, že se jedná jen o nezkušenost (není obvyklé dělit koláč na třetiny).

Katka ví, že když udělá dva řezy dostane tři části.

1.4.2 Úloha 2

Zadání úlohy: Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)

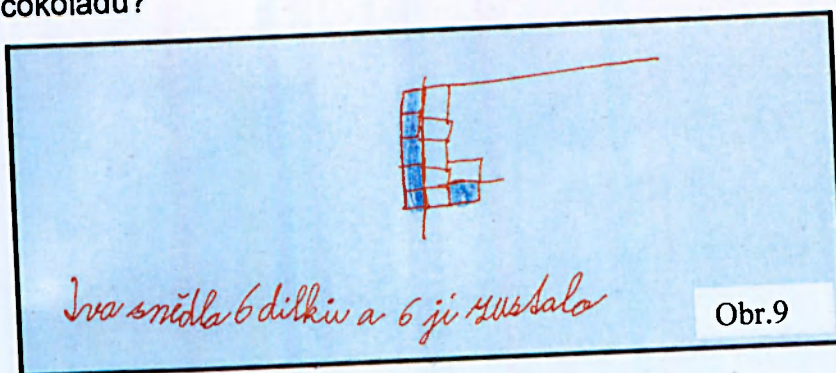
Katka (12 let)

- **Záznam z části protokolu:**

Čteme společně zadání další úlohy.

Experimentátor11: Jíš čokoládu?

Katka10: Jo. (Kreslí dvě čáry – naznačení dvou stran obdélníku (obr.9a) a do toho postupně kreslí 12 čtverečků (obr.9)).



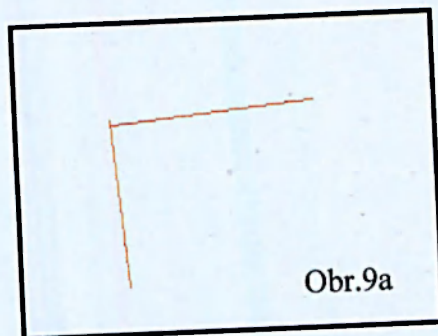
K11: Teď rozdělím čokoládu na šest a šest dílků.

E12: Vybarvila bys mi prosím, co ta Iva snědla?

(Katka vybarvuje 6 dílků).

K12: Iva snědla šest dílků a šest jí zůstalo.

(Píše odpověď).



- **Analýza:**

Katka je nejspíš procesuální typ. Počet dílků v čokoládě je pro ni důležitější než její celek. Při nákresu naznačí jen dvě strany čokolády a pak začíná vykreslovat dílky. Nemá vhléd do dělení. Nepochází ji, že šest plus šest je dvanáct. Vykreslí pět dílků, pak udělá druhou řadu a začíná počítat. Zjistí, že má dílků deset a tak ještě dva dodělá. Potom rozděluje řady na polovinu (pět a pět) a zbývající dva dílky také půlí (obr. 9).

Tato dívka umí pracovat s kusy, ale problémem je celek. Pokud bych měla možnost s touto dívkou pracovat, pracovala bych více s celkem. Budovala bych více konceptuální vhled a to tak, že bych s ní zkoušela dělit např. pizzu, arch papíru nebo tkaničku na části.



Obr. 11a



Obr. 11b



Obr. 11c



Obr. 11d

Dan (7 let)

• Záznam z části protokolu:

(Dan čte zadání úlohy a
kreslí dvanáct puntíků, dílků
– obr. 10a).

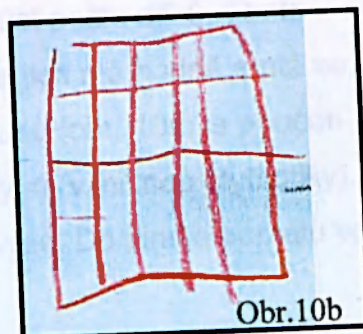


Obr.10a

D11: Můžu nakreslit celou
čokoládu?

Experimentátor08: Můžeš, proč ne?

(Dan kreslí obdélník a do něj zakresluje svisle čtyři
čáry a vodorovně dvě, naznačuje třetí a počítá
(obr. 10b)).



Obr.10b

D12: Jedna, dva, tři, ... až jedenáct. (Uvědomuje si, že
mu tam zbyly ještě další čtverečky a že je to tedy víc
než dvanáct).

D13: Můžu to nakreslit znovu?

E9: Můžeš. (Kreslí znovu obdélník s šestnácti dílky
(obr. 10c)).



Obr.10c

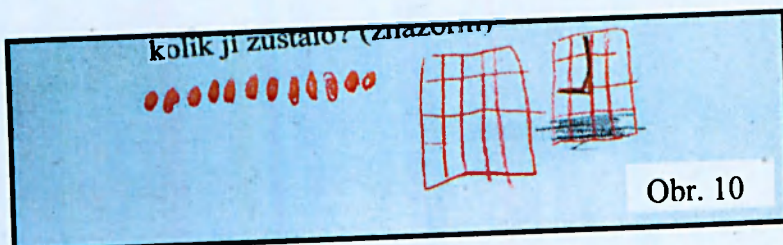
D14: Mám jich moc, můžu to vygumovat?

E10: Já nemám gumu, ale když tak ty přebytečné
zabarvi.

(Dan zabarvuje čtyři dílky).

D15: Hnědou pastelkou
vyznačím, kolik snědla.

E11: Dobře.



Obr. 10

- **Analýza**

Pro Dana je nosnou informací dvanáct dílků, proto nejprve kreslí dvanáct puntíků (obr. 10a). Kdyby Dan řešil úlohu na puntících, tak by nejspíš došel k výsledku šest. Jeho obrázek v něm asi vyvolal konflikt: nenakreslil přeci čokoládu a tak se ptá, zda může nakreslit celou čokoládu (D11).

A tak kreslí nový obrázek (obr. 10b). Neuvědomuje si, že počet řezů se nerovná počtu dílků (čtyři řezy = pět dílků). Volí čtyři řezy, protože pravděpodobně číslo dvanáct rozkládá na součin čísel čtyři a tři. Cít pro počet má, neboť při kreslení třetí vodorovně čáry se zastavuje. Vidí velký nárůst počtu dílků. Tento počet ověřuje počítáním. Po spočítání části dílků zjistí, že jich má hodně a ptá se, zda může nakreslit obrázek znovu (D13). Při dalším pokusu (obr. 10c) je poučen z předchozího. Je vidět, že se chybou učí. Dělá tedy řezy tři (vzniknou čtyři dílky). Velkou roli pro něj hraje číslo čtyři, jak již bylo zmíněno výše. Dominuje pomalu ve všech obrázcích.

Protože se toho na něj již odehrálo hodně, nejspíš zapomíná, co má udělat. Po celou dobu byla dominantní čtyřka a tak to je pravděpodobně důvod, proč zakresluje čtyři díly.

Dan nemá zkušenost s kontinuálním prostředím a tak bych pro další práci s ním doporučila víc pracovat s celky (např. dělení koláče na kusy).

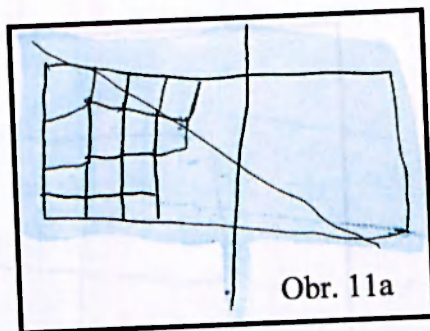
David (7 let)

• Záznam z části protokolu:

David12: (Čte zadání úlohy)

D13: Tak nejprve si nakreslím čokoládu.

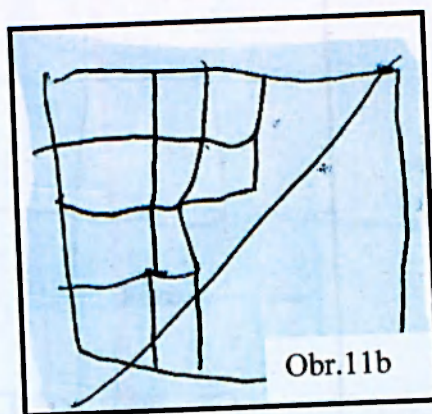
(Kreslí velký obdélník, znázorní polovinu a pak do něj zprvu zakresluje čtvereček po čtverečku, pak udělá svislé čáry a dokreslí do nich čtverečky – zjišťuje, že mu tam zůstalo moc místa - obr. 11a).



D14: Můžu to nakreslit znovu?

Experimentátor9: Ano.

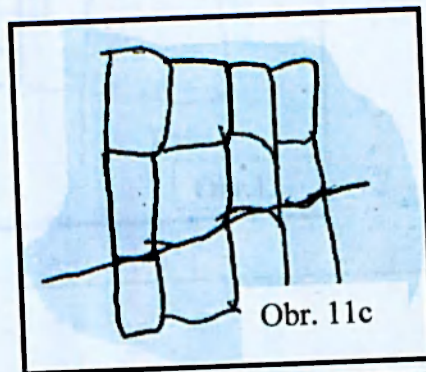
(David opět kreslí obdélník (menší) a zakresluje deset čtverečků – zjišťuje, že mu opět zbylo místo (obr. 11b)).



D15: Zase to nevyšlo.

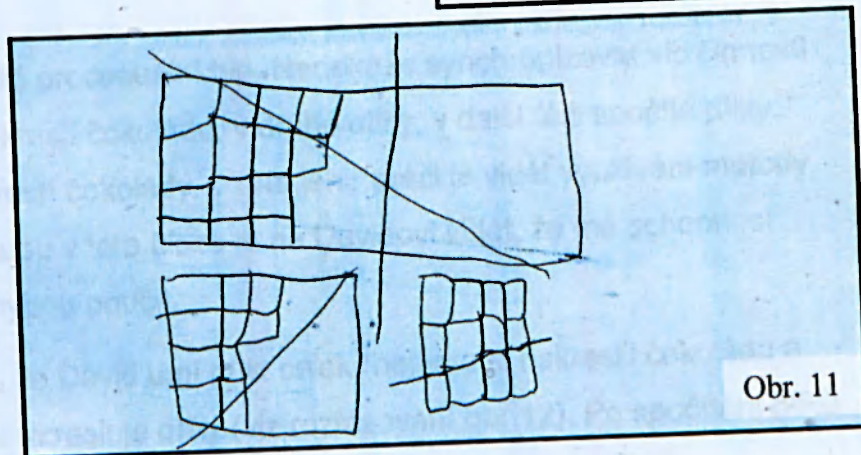
E10: Tak to nakresli znovu.

(David kreslí tentokrát čtvereček po čtverečku a udělá jich dvanáct. Má je nesouměrně velké – obr. 11c).



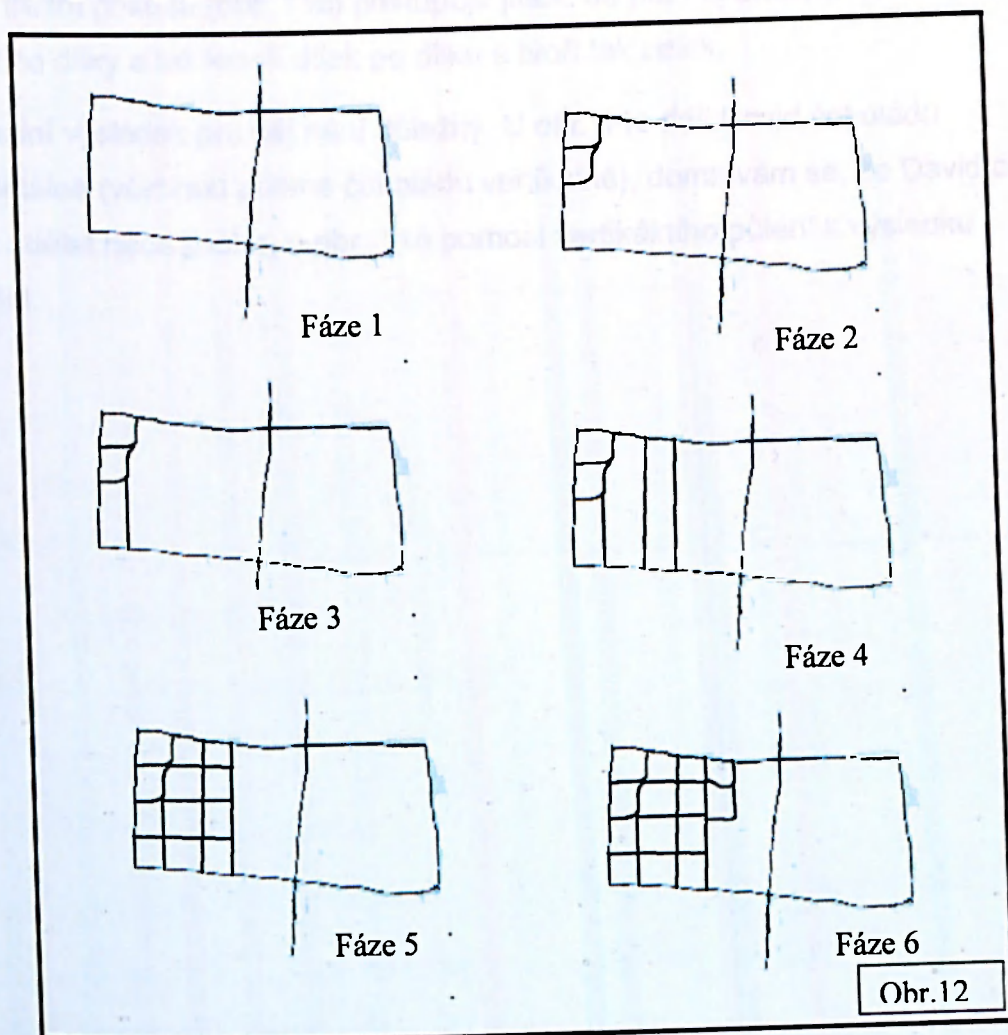
E11: Mohl bys mi vyznačit kolik ta lva snědla?

(David kreslí půlící čáru – obr. 11c).



- **Rozfázování obrázku 11a**

Pro účely analýzy uvádím čtenáři, jak David obrázek 11a kreslil.



- **Analýza**

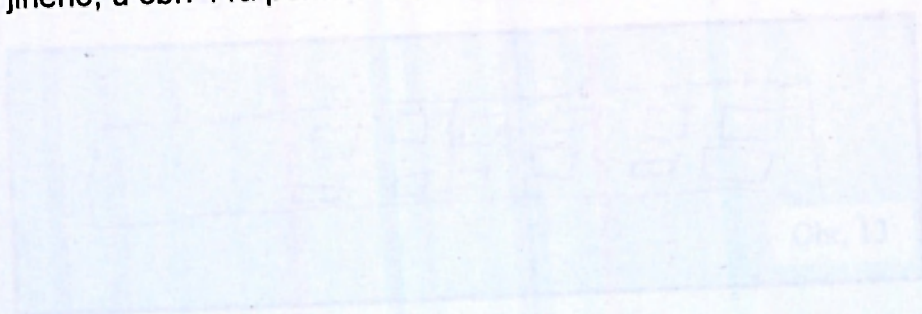
David je nejspíš ještě procesuální typ. Nedokáže synchronizovat víc činností najednou. V první fázi kreslí čokoládu, v druhé dílky, v další fázi spočítá dílky, porovnává dílky s velikostí čokolády... . Na jeho práci je vidět využívání metody pokus x omyl. Při postupu v této úloze je na Davidovi vidět, že má schopnost korekce, dokáže se chybou poučit.

U obr. 11a je vidět, že David umí pŕlit celek (nejprve si nakreslil čokoládu a rozpŕlil ji) a pak teprve vkresluje dílky (viz rozfázování obr.12). Po spočítání dílkŕ

zjišťuje, že dvanáct dílků nezaplňuje ani polovinu nakreslené čokolády a tak kreslí obr. 12b, který je zhruba poloviční.

Při třetím pokusu (obr. 11c) postupuje jinak. Je pro něj obtížné mít celek a vyplnit ho dílky a tak kreslí dílek po dílku a tvoří tak celek.

Finální výsledek pro něj není důležitý. U obr. 11c dělí David čokoládu horizontálně (většinou půlíme čokoládu vertikálně), domnívám se, že David chtěl zkusit udělat něco jiného, u obr. 11a pomocí vertikálního půlení k výsledku nedošel.



Michaela (10 let)

- Záznam z části protokolu:

Michaela12: (Čte zadání úlohy).

Experimentátor13: Mohla bys to nějak nakreslit?

M13: Jo. (Kreslí obdélník a do něj zakresluje dvanáct kostiček (dílků) – obr. 13).

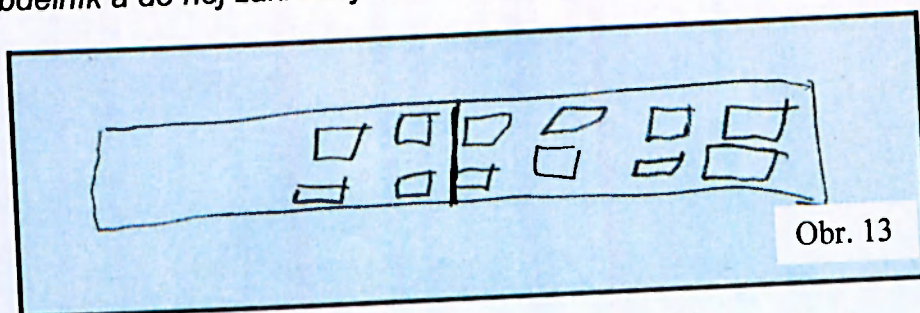
E14: Iva snědla

polovinu

čokolády,

namaluješ to

tam někam?



Obr. 13

M14: A nebude ji špatně?

E15: Je ti špatně po polovině čokolády?

M15: Ne.

E16: Tak ji asi špatně nebude.

M16: (Znázorňuje čarou polovinu – obr. 13). Že jsem dobrá matematická?

E17: No, to víš, že jsi. A kolik teda Iva snědla a kolik jí zůstalo?

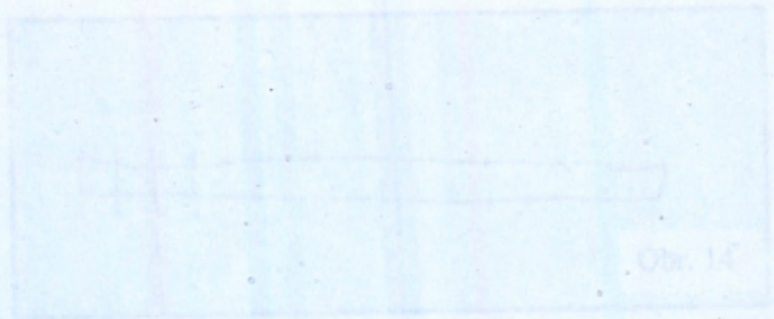
M17: Iva snědla osm dílků a čtyři jí zůstaly.

E18: Bezvadný.

- Analýza:

Míša nejprve nakreslila obdélník a do něj vkreslila „čtverečky“ čokolády. Představa celku („čokolády“) je u Míši „zamlžená“. Na jedné straně kreslí celek, který by se měl dělit. Didakticky řečeno: jedná se o kontinuální prostředí. Na druhé straně Míša ví, že se jedná o čokoládu, která má dílky. Má zkušenost, že dílky jsou „čtverečky“, proto jednotlivé dílky (tedy „čtverečky“), vykresluje uvnitř celku.

Didakticky řečeno: pomocí dílků Míša vidí čokoládu jako diskontinuální prostředí. Neumí ale dílky rovnoměrně rozložit, proto nedělí počet dílků na polovinu, ale celek - tedy čokoládu. Chybí zde vazba mezi celkem a počtem dílků.



1.4.3 Úloha 3

Zadání úlohy: *Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přeříznout.*

David (7 let)

- **Záznam z části protokolu:**

David16: (Čte zadání úlohy).

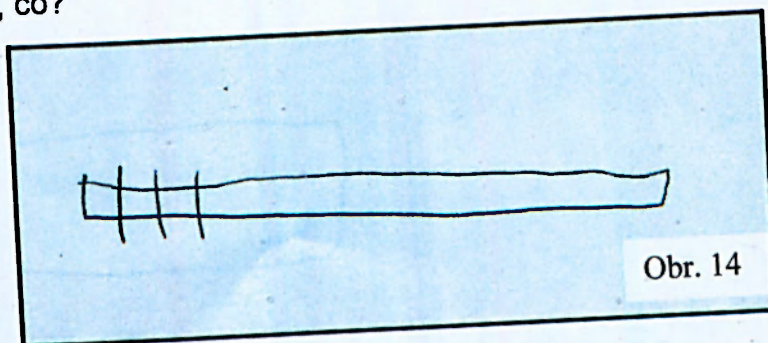
Experimentátor12: Pomáháš taky doma tatkoví?

D17: Ne, tatka je v Americe, ale na moje narozeniny přiletí.

E13: Tak to se asi moc těšíš, co?

D18: Jo.

E14: O to víc asi musíš pomáhat mamince, představ si, že má tyčku a potřebuje jen její třetinu, co bys udělal?



Obr. 14

D19: (Kreslí tyčku a do ní tři čáry). Takhle bych si označil, kde budu řezat.

E15: Bezvadný.

- **Analýza:**

David ve slově třetina slyší číslo tři. Toto číslo je pro něj dominantní pro řešení úlohy. Neuvědomuje si, že třemi řezy, vzniknou čtyři díly (kousky).

Na obrázku (obr. 14) je vidět, že tři dílky jsou stejně velké, čtvrtý díl k nim pak je neúměrně větší.

L21: Pokud bych s Davidem dále pracovala, opět bych volila práci názornou s celkem. Nechala bych Davida tyčku rozříznout a tak by přišel na to, že třemi řezy získá čtyři díly. Viděl by to „na vlastní oči“.

L22: (Čte zadání úlohy).

Experimentátor: Pomáhala jsi někdy tatínkovi řezt?

L23: Jo.

E22: A musel jsi si na tyčce znázornit, kde bude řezt?

L23: Jo.

E23: Tak to bude pro tebe jako žena hlavně těžká. Uměla bys nakreslit tyčku a na ní znázornit řezy?

L24: Uměla (kreslí obr. 15 - 1)

E24: A uměla bys to nakreslit větší? Máš pravítko?

(L24 začíná být unavená, hledá pravítko).

L25: Mám (přijímá tyčku a znázorňuje, kde bude tatínek řezt obr. 15 - 2)

E25: No teda, ty jsi už šikovná pomocnice.

Analýza

Protože jsem zvědavá do této úlohy, budu analyzovat každý obrázek zvlášť. První, který Lenka nakreslila, vznikl hned po přečtení úlohy a je správný. To jak Lenka rozdělila tyčku, odpovídá jedné části.

Druhý obrázek Lenka nakreslila náhodou náhodou, rozděluje ho napříč na polovinu a pak tam dodělává ještě jednu číru. Ví, že musí vzniknout tři dílky.



Lenka (13 let)

• **Záznam z části protokolu:**

Lenka28. (Čte zadání textu).

Experimentátor31: Pomáhala jsi někdy tatínkovi řezat?

L29: Jo.

E32: A museli jste si na tyčce znázornit, kde budete řezat?

L30: Jo.

E33: Tak to bude pro tebe tahle úloha jednoduchá. Uměla bys nakreslit tyčku a na ní znázornit třetinu?

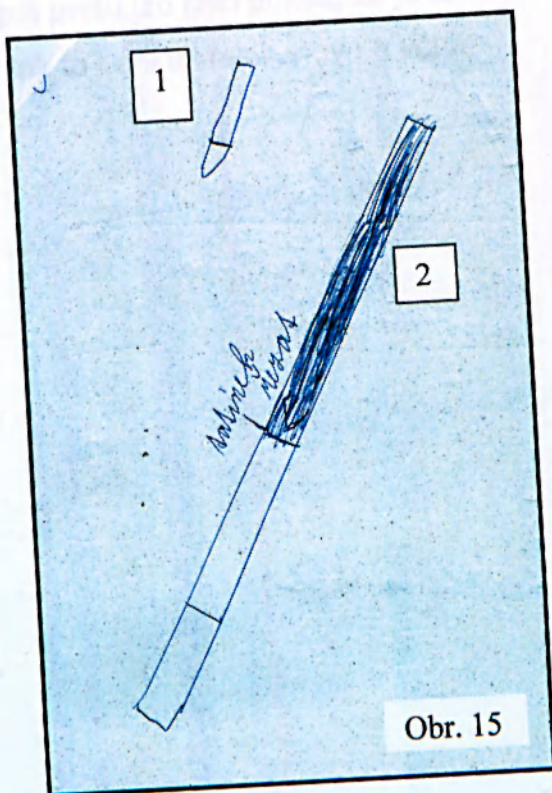
L34: Uměla. (Kreslí obr. 15 – 1)

E34: A uměla bys to nakreslit větší? Máš pravítko?

(Lenka začíná být unavená, hledá pravítko).

L35: Mám. (Rýsuje tyčku a znázorňuje, kde bude tatínek řezat obr. 15 – 2)

E35: No teda, ty jsi ale šikovná pomocnice.



• **Analýza:**

Protože jsem zasáhla do této úlohy, budu analyzovat každý obrázek zvlášť. První, který Lenka nakreslila, vznikl ihned po přečtení úlohy a je správně. To jak Lenka rozdělila tyčku, odpovídá jedné třetině.

Druhý obrázek Lenka nakreslila na můj návrh, rozděluje ho nejdřív na polovinu a pak tam dodělává ještě jednu čáru. Ví, že musí vzniknout tři dílky.

U Lenky je vidět, že oproti Davidovi (viz výše) dokáže pracovat s celkem. U menších náčrtů jí rozdělení problém nedělá. U větších nákresů to ještě nedokáže vycentrovat.

- **Moje analýza:**

Lenku přesvědčuji k většímu obrázku. Nejspíš proto, že chci důkaz, že je to třetina a že tomu rozumí. Vytvářím na ni tlak a tak to Lenka kreslí znovu a větší.



1.4.4 Úloha 4

Zadání úlohy: Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)

Natálka (8 let)

Natálka sice napsala správný výsledek, ale obrázek neodpovídá představě zlomků, proto jsem se rozhodla Natálce dát obdobnou úlohu o dva a půl měsíce později znovu. Uvádím zde oba experimenty a jejich protokoly.

• Záznam z části protokolu č.1:

Natálka25: (Čte zadání úlohy).

Experimentátor24: Zase čokoláda, vid.

Uměla bys to znázornit?

N26: Jo. (Kreslí tři obdélníky = tři čokolády).

E25: Znázorniš, kolik kdo snědl?

N27: Adam snědl čtvrt čokolády.

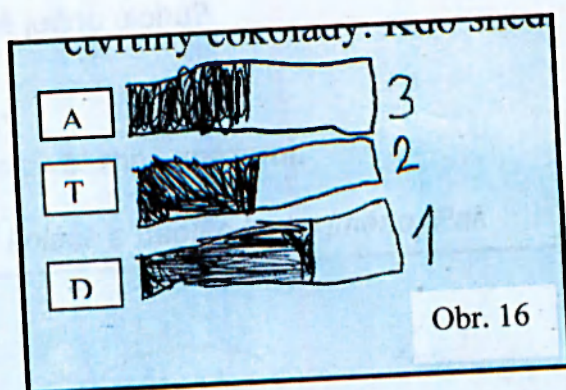
(Znázorňuje (obr. 16 – A)).

N28: Tomáš snědl půlku čokolády. (Obr. 16 - T).

N29: A David snědl tři čtvrtiny čokolády. (Obr. 16 - D).

E26: Bezvadný a mohla bys napsat čísla od jedné do tří, kdo snědl nejvíc, k tomu napiš jedničku a ten, kdo nejméně k tomu trojku.

N30: Můžu. (Dopisuje čísla do obrázku).



- **Záznam z části protokolu č.2:**

Datum vypracování úlohy: 24.3.2006

Natálka se mnou pracovala individuálně zhruba 5 minut okolo 10. hodiny v prázdně třídě.

Zadání úlohy: Míša, Iva a Lucka si každá koupila jeden stejně velký koláč. Míša snědla čtvrtku svého koláče, Iva půlku a Lucka tři čtvrtiny. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)

Experimentátor01: Ahoj Natálko, pamatuješ si ještě, jak jsi mi pomáhal s vypracováním úloh?

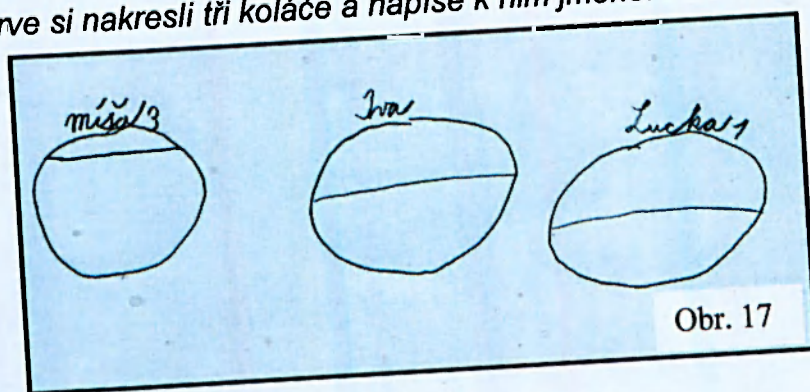
Natálka01: Jo.

E02: A mohla bys mi pomoci zpracovat ještě jednu úlohu?

N02: Klidně.

E03: Tak tady máš zadání a prosím tě, znovu všechno znázorni.

N03: (Kresli (obr. 17) nejprve si nakresli tři koláče a napíše k nim jméno. Pak zakresluje, kolik kdo snědl). Nejvíc snědla Lucka a nejmíň Míša. (K Lucčině koláči píše jedničku, k Míšině koláči trojku).



E04: Teda ty jsi šikulka, zase jsi mi moc pomohla. Děkuji.

- **Analýza:**

Čísla sice odpovídají výsledku. Nemyslím si, že ale obrázek odpovídá představě zlomků. Je zde vidět pochopení dělení na polovinu (N28), tři čtvrtiny ale

odpovídají spíše dvěma třetinám (N29), což je možné z důvodu toho, že u dvou předchozích úloh dělila celek na třetiny a to se nejspíš promítlo i do této úlohy.

Nejvíce ale neodpovídá čtvrtina (N27). K tomu mohlo dojít z důvodu nezkušenosti dělení celku.

Neumím zde odpovědět, proč neodpovídá představě zlomku, proto jsem Natálce zadala pozměněnou úlohu znovu. U druhého pokusu je vidět správné znázornění, tzn. že i u prvního zadání Natálka nejspíš měla pod danými pojmy správnou představu, jen ji nedokázala správně znázornit.

Lenka (13 let)

Lenka měla u této úlohy trochu jiné zadání (jednalo se o jinou verzi než u ostatních).

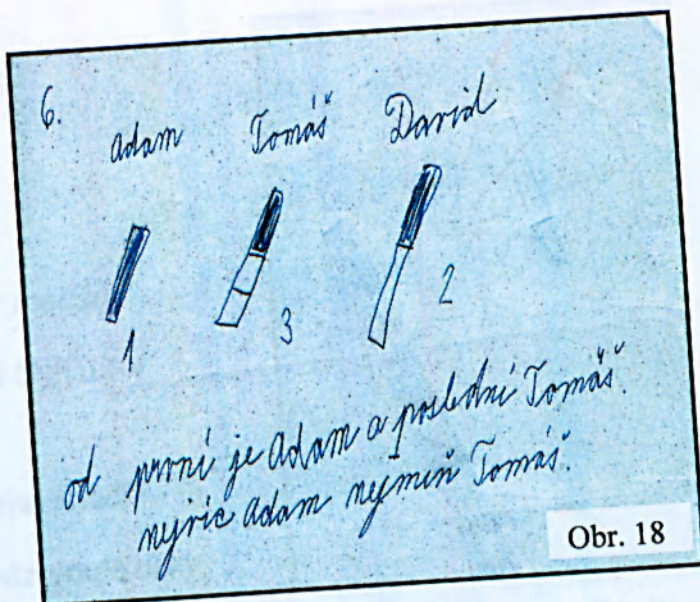
- **Zadání úlohy:**

Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl celou čokoládu, Tomáš snědl čtvrtku tyčinky a David snědl půlku. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň.

- **Záznam z části protokolu:**

V tomto případě nemůžu protokol dodat. Lenka pracovala samostatně – potřebovala změnu, a proto jsem na chvíli poodešla udělat něco jiného.

Lenku jsem pak jen požádala o dopsání odpovědi, kterou ale také psala sama.



- **Analýza:**

Lenka správně zakresluje celou snědenou čokoládu a polovinu snědené čokolády. U pojmu čtvrtina zakresluje třetinu. Domnívám se, že je to způsobeno tím, že v předchozí úloze se vyskytoval pojem třetina a také tím, že Lenka nemá ještě představu „čtvrty“ (možná by zde byl lepší pojem čtvrtina).

1.4.5 Úloha 5

Zadání úlohy: Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo? (znázorni)

David (7 let)

- Záznam z části protokolu:

David28: (Čte zadání úlohy).

Experimentátor25: Máš rád pizzu?

D29: Mám.

E26: Kolik pizz si nakreslíš?

D30: Dvě. (Kreslí velký kruh a pak menší).

D31: Teď rozdělím jednu pizzu na čtyři dílky.
(Kreslí čtyři dílky (obr. 19)).

E27: Mohl bys znázornit, kolik Pavel snědl?

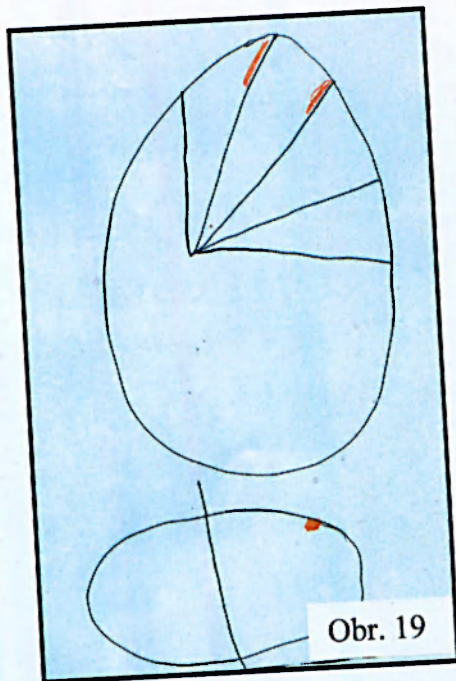
D32: Jo. (Červenou pastelkou znázorňuje dílky, které Pavel snědl).

E28: A co Tonda?

D33: (Druhou pizzu rozděljuje na dvě poloviny). Ten snědl polovinu pizzy.

E29: Kdo snědl víc?

D34: Tonda.

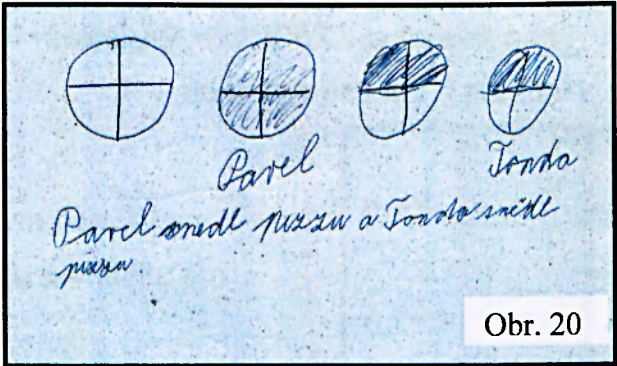


- **Analýza:**

David rozdělil první pizzu na čtvrtinu a tu pak dále dělil na čtyři zhruba stejně velké části – nepracoval tedy s celkem, ale jen s jeho částí (čtvrtinou). Druhou pizzu pak půlil správně na dvě části. V momentě, kdy představu má, pracuje správně.

Lenka (13 let)

Záznam z části protokolu bohužel nemám k dispozici, protože Lenka pracovala samostatně.



• **Analýza:**

Na obr. 20 je znázorněn proces čtení úlohy s kreslením. Maminka koupila a rozčtvrtila pizzu – nakreslí jedno kolečko. Pavel snědl dvě čtvrtiny – kreslí další kolečko a čtvrtí ho. Potom kreslí další kolečko a vybarvuje dvě čtvrtiny, domnívám se, že chce naznačit, kolik pizzy Pavel snědl. U Tondy už ví, tak to zakresluje jinak. Nevím, proč ale místo poloviny opět obrázek pizzy čtvrtí. Myslím si, že to je z důvodu předchozí zkušenosti - u Pavlovy pizzy obrázek čtvrtila. Cítí, že snědli stejně, ale neumí to verbalizovat.

1.5 Pomůcky pro práci se zlomky

V dnešní době existuje velké množství všelijakých speciálních pomůcek a to i pro práci se zlomky. Na trhu najdeme různá pexesa, domina a jiné hry a pomůcky pro práci se zlomky.

Protože ráda vyrábím všelijaké hračky a pomůcky, rozhodla jsem se vymyslet i jednu takovou pomůcku pro výuku zlomků.

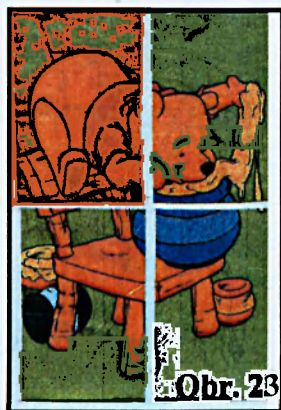
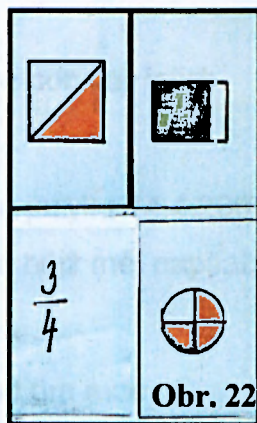
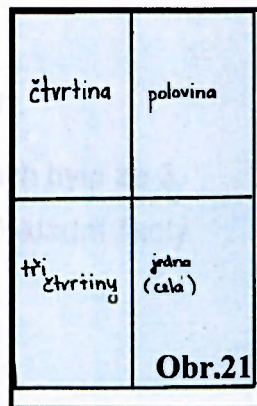
Jedná se o něco na způsob hry pexeso a lotto. Dítě dostane kartu s pojmy (obr. 21) a kartičky s různými modely znázornění zlomků (obr. 22). Vymyslela jsem několik verzí – model koláč, čokoláda, formální znázornění... . Pokud kartičky dítě správně přiřadí na kartu s pojmy, vznikne mu obrázek (obr. 23).

Na nápad jsem přišla v hodinách anglického jazyka – podobnou pomůcku mám vytvořenou na procvičování slovíček.

Na začátku práce na své diplomové práci se mi tato

pomůcka zdála jako zajímavá a to i snad pro děti. Postupem času jsem zjistila, že takovéto pomůcky nemají až zas tak velký význam pro budování představ o zlomku, protože zde dítě vlastně žádnou představu nebuduje, ale jen si upevňuje pojmy. V praxi to znamená, že tuto úlohu může zvládnout i dítě, které se to jen „naučilo z paměti“. Pomůcka tak nerozvíjí představivost dítěte, neučí ho manipulovat s problémem.

Nyní se mi zdá podstatně nápaditější a vhodnější využití obyčejného papíru. Při práci s ním může dítě přehýbat, nacházet různé možnosti, jak například rozdělit čtverec na čtvrtiny atd. Pro výuku zlomků bych tedy využila více manipulativních předmětů. Domnívám se, že v jednoduchosti je krása a sebelíp vypadající pomůcky nemusí plnit potřeby dětí a učitele.



1.6 Představy dětí o pojmu zlomek

Jedná se jen o doplňující část mé diplomové práce. Tato část vznikla náhodou po přečtení článku (Tichá, 2003), kde jsou popsány představy u dětí ve věku 10 – 12 let.

Chtěla jsem zjistit, co děti napadne, když se vysloví ZLOMEK.

Na otázku odpovídalo celkem dvacet šest dětí. Šestnáct z nich bylo ze 3. ročníku a zbývajících deset z 5. ročníku. Všechny děti jsou ze Základní školy Sdružení na Praze 4.

• 5. ročník

Nejprve jsem otázku zadala dětem z 5. ročníku, proto nejprve popisují jejich představy.

Dětem jsem zadala tuto otázku na začátku hodiny anglického jazyka 14.4.2006 4. hodinu (cca 11:50 – 11:55). Každý obdržel čistý list papíru, na nějž měl napsat, co ho napadne.

Děti jsem instruovala, aby odpověděly ihned – prostě aby nad tím moc nepřemýšlely, ale napsaly to, co je napadlo, když jsem otázku vyslovila.

„Co vás napadne, když se řekne ZLOMEK?“

Saša (11 let): *Když něco zlomím, tak ten kus je zlomek.*

Ondra (10 let): *Napadne mě učení, matematika. Dělení nějakého kusu.*

Honza (11 let): *Zlomková čára.*

Veronika (11 let): *Napadne mě dlouhý klacek, který je zlomený.*

Lenka (10 let): *Zlomkové číslo, desetinné číslo, zlomková čára, něco zlomeného.*

Marek (10 let): *Zlomená tyč.*

Vašek (11 let): *Matematika, zlomená končetina. Nebo mě napadne naše paní učitelka, jak řve při matematice na Jakuba, který vydává všelijaké zvuky.*

(Nechápala jsem, jak to Vašek myslí a tak jsem chtěla, aby mi to vysvětlil. V den, kdy probírali zlomky, Jakub vykřikoval (hyperaktivní chlapec s občas neadekvátním chováním) a učitelka se na něj zlobila).

Petr (11 let): *Zlomky jsou lehké a lehce se vypočítají.*

Bára (11 let): *Zlomek je matematický prvek.*

Dan (11 let): *Zlomek je zlomek. Zlomek je matematický útvar ze dvou čísel pod sebou a mezi je čárka.*

Většina dětí si pojí pojem zlomek s předmětem matematika. U některých dětí je vidět, že nemají úplně jasno v matematických pojmech, např. Bára: Zlomek je matematický prvek.

U některých dětí naopak tento pojem asocioval se situací, která se stala, když probíraly učivo zlomků (viz Vašek).

Pět dětí odpovědělo, že je něco zlomeného např. zlomený klacek, zlomená tyč.

Žádné z dětí nenapadl formální zápis zlomku.

• 3. ročník

Na začátku 1. hodiny 20.4.2006 (cca 08:00 – 08:05) jsem dětem zadala stejnou otázku jako v 5. ročníku: „Co vás napadne, když se řekne ZLOMEK?“

Z šestnácti dětí jich jen sedm zvládlo sepsat svoji představu. Zbývajících jedenáct dětí nevymyslelo nic.

Iva (9 let): *Jáma.*

Tomáš (9 let): *Že se něco rozbije: slib, rodina nebo se nestane to, co jsme si představovali.*

Pavel (9 let): *Krát, plus, minus, zbytek, dělení, písemné sčítání, písemné odčítání, procenta.*

Sylva (9 let): *Zlomenina.*

David (9 let): *Zlomek na špejli.*

Petr (9 let): *Zlomené prkno, šroubovák, tužka, křída, dřevo, strom.*

Anička (9 let): *Matematika, čísla, těžký příklad.*

Překvapilo mě, že víc jak polovina dětí, neměla žádnou představu pod pojmem zlomek. Tři děti si pod pojmem zlomek představily něco zlomeného. Polovina z těchto sedmi dětí spojuje zlomek s matematikou.

U tohoto šetření jsem očekávala, že mladší děti budou mít představu mlhavější a že tato představa nebude asi odpovídat pojmu zlomek. Toto se sice potvrdilo, ale očekávala jsem, že většina dětí napíše nějakou odpověď. U dětí z 5. ročníku jsem naopak nečekala žádný problém. Domnívala jsem se, že se s pojmem zlomek setkaly ve 4. a dále pak v 5. ročníku.

Po přečtení si odpovědí jsem zjistila, že mé očekávání nebylo úplně potvrzeno. Zejména v 5. ročníku se mi zdá úroveň představy pod pojmem zlomek vcelku slabá. Domnívám se, že to mohlo způsobit i nedostatečné upevnění základních pojmů v době, kdy děti toto učivo probíraly. Dále si myslím, že by základní pojmy měly být u dětí spontánně rozvíjeny v průběhu školní docházky např. různými manipulativními činnostmi a to nejen v předmětu matematika, ale například i v předmětu pracovní výchova.

2.0 Moje řešení úloh

Úlohy mi byly zadány při jedné z konzultací dne 24.1.2005.

2.1 Zadání úloh

1. Rozdělit

- 3 koláče mezi 4 lidí
- 3 koláče mezi 5 lidí
- 4 koláče mezi 5 lidí
- 3 koláče mezi 8 lidí
- 2 koláče mezi 8 lidí
- 4 koláče mezi 7 lidí

2. Zkoumáme Fareyovu operaci \oplus

$$\frac{a}{h} \oplus \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$$

- Najít:

$$\frac{1}{3} \oplus \frac{1}{5}, \frac{1}{4} \oplus \frac{1}{6}, \frac{1}{5} \oplus \frac{1}{7}, \frac{1}{6} \oplus \frac{1}{8} \dots$$

- Zobecnit

- Najít:

$$\frac{1}{13} \oplus \frac{1}{17}, \frac{1}{14} \oplus \frac{1}{18}, \frac{1}{15} \oplus \frac{1}{19}, \frac{1}{16} \oplus \frac{1}{20}$$

- Zobecnit

2.2 Moje řešení úloh se sebereflexí

V této kapitole se zabývám řešením úloh, které byly zadány mně, a mou sebereflexí. Jedná se o dvě úlohy – jedna z nich se zabývá kmenovými zlomky, druhá se pak zabývá Fareyovou operací (Müller, 2004, s. 328).

2.2.1 Úloha 1

• Řešení úlohy:

Ještě téhož dne večer (24.1.2005 okolo 20. hodiny), kdy mi byla úloha zadána, jsem se do řešení úlohy pustila.

Ke každému zadání jsem si udělala nákres (obr. 24) a pomocí něj došla k výsledku.

Před další konzultací (7.2.2005) jsem si řešení úloh přečetla ještě jednou. Hned u úlohy a) jsem našla chybu – nové řešení je zapsáno fialovým fixem.

Na tyto úlohy jsem se podívala znovu při jejich sepisování (15.2.2006). Napsala jsem si zadání úloh i s výsledky pod sebe a zjistila pro mne překvapující zobecnění: Pokud m chlebů rozdělím mezi n lidí, výsledek bude m/n .

a) mezi 4 lidé
 $\frac{3}{4}$
 3 koláče mezi 5 lidé
 b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
 4 koláče - 5 lidé
 c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{10+5+1}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$
 3 koláče mezi 8 lidé
 d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{24} = \frac{8+1}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$
 2 koláče mezi 7 lidé
 e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{28} = \frac{7+1}{28} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$
 4 koláče mezi 7 lidé
 f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{14} = \frac{7+1}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$
 Obr. 24

- **Sebereflexe**

V den, kdy mi byla úloha zadána, jsem ji ihned řešila.

U úlohy a) došlo k chybě tak, že jsem počítala polovinu jako kus (vzala jsem ji jako celek) a tím mi vyšlo, že každý by dostal jeden a čtvrt koláče. Důvod chyby spatřuji v neuvědomění si, že jde o části z celků. Asi jsem byla unavená.

Při sepisování svého řešení, kdy jsem si též kladla otázku, proč mi byla tato úloha zadána, jsem objevila obecné řešení úlohy. Tento objev byl postačující odpovědí na mou otázku. Avšak na konzultaci jsem se dozvěděla, že cílem úloh bylo najít příslušný rozklad zadaného zlomku na kmenové, tak jak to dělali staří Egypťané. To mi však vůbec nekazí můj dobrý pocit z objevu zobecnění.

Jednotlivá řešení úloh a) – f) byla dříve izolovanými modely, které se objevem staly modelem generickým.

2.2.2 Úloha 2: Fareyova operace

Fareyovy zlomky, v (Müller, 2004, s. 328) též nazývané Mediante zlomky, česky bychom řekli „středované“ zlomky (tak to je pojmenoval M. Hejný).

Úlohy řešíme tak, že sčítáme čítele s čitatelem a jmenovatel se jmenovatelem.

• Řešení úlohy a moje sebereflexe

Stejně jako předchozí úlohy i tyto jsem řešila ihned po jejich zadání (tedy 24.1.2005 večer).

Nejprve jsem si vše zapsala a vypočítala – pracovala jsem se separovanými modely (obr. 25). Po vypočítání všech úloh jsem se zabývala zobecněním (obr. 25a a 25b)). Žádná z těchto činností mi nečinila větší potíže.

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2} = \frac{2}{2n+2} = \frac{1}{n+1}$$
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+3} = \frac{2}{2n+4} = \frac{1}{n+2}$$

Zobecnění obr.25 a)

a)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$
$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$
$$\frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

b)

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{17} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$
$$\frac{1}{14} + \frac{1}{18} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$
$$\frac{1}{15} + \frac{1}{19} = \frac{2}{34} = \frac{1}{17}$$
$$\frac{1}{16} + \frac{1}{20} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

Obr. 25

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{17} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$
$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+4} = \frac{2}{2n+4} = \frac{1}{n+2}$$

Zobecnění obr. 25 b)

Závěr

Chápání pojmu zlomek je u každého z lidí odlišné. Někteří z nás si pod tím představí číslo, které vyjadřuje část celku – jmenovatel, zlomkovou čáru a čítec, někdo jiný si pod pojmem zlomek představí nějakou část z celku aj.

Zlomky patří k složitějšímu učivu na základní škole. Učitelé někdy podceňují úlohu důkladného vytvoření představy pojmu zlomek. Ve spoustě případů bývá pochopení pojmu zlomek často zaměňováno za pochopení algoritmu výpočtu, což je škoda. Se zlomky se totiž setkáváme v běžném životě každou chvíli.

Někteří učitelé zařazují toto učivo od 4. ročníku základní školy. Mnoho z nich nepovažuje za nutné vybudovat u dětí představu o zlomku. Ihned začnou s formálním zápisem a tím, co znamená. Po té se děti učí operacím se zlomky. Děti si často postup učitele rychle zapamatují a zautomatizují si ho. Bohužel mnohdy je toto zautomatizování problémem, děti občas ani neví, co dělají a proč to vlastně dělají.

Bojím se to říct, ale než jsem se problematikou zlomků začala zajímat ve své diplomové práci, asi bych postupovala obdobně. Práce s dětmi, které ještě nebyly dotčeny problematikou zlomků byla pro mě velkým přínosem a i proto jsem v průběhu práce s dětmi postupně měnila svůj postoj. Zjistila jsem, že leckdy pro mě jednoduchá věc, může být pro děti problém.

Myslím si, že vždy záleží na postoji učitele k danému učivu. Pokud budu jako učitel chápat učivo zlomků jako něco velmi obtížného, co budu chtít mít rychle odučené, přenesu to samé i na děti. Pokud ale dětem budu dávat takové podněty k osvojení základních pojmů a operací, bude učení pro ně i pro mě přínosnější a hodnotnější.

S představou o pojmu zlomek můžeme začít i u mladších dětí, stačí jim jen zadat takové manipulativní činnosti, které je v představě budou rozvíjet. Dětem můžeme dát kuličky, bonbóny, čokoládu, koláč... a nechat je tyto předměty rozdělit. Při práci s kostkami můžeme dětem klást úlohy typu – rozděl kostky na polovinu, čtvrtinu z červených kostek dej Tondovi... Manipulativní činnosti se mohou promítnout i do jiných předmětů. Např. při pracovní výchově s dětmi

můžeme půlit a čtvrtit papír, pracovat s keramickou hlínou. Pomocí balícího papíru můžeme děti nechat vymodelovat zahrádku se záhonky a ty následně dělit.

Mimo jiné jsem se ale i ve své diplomové práci učila pracovat s dítětem. Učila jsem se mu naslouchat, nezasahovat do všeho, co udělá. Učila jsem se být jeho pozorovatelem.

Dlouho jsem si kladla otázku, v čem bude moje práce přínosem a to nejen pro mne. Tuto otázku mi zodpověděli až někteří lidé, kteří se práci s dětmi nevěnují a kteří četli části mé diplomové práce. Velice je zaujaly analýzy řešení prací. Většinu lidí totiž nezajímá, jak dítě dojde k výsledku, ale zda ten výsledek je správný. Maminka Lenky mi dokonce řekla, že teď už chápe, proč Lenka měla ve škole s učivem zlomky potíže. Ví, že pokud chce, aby Lenka pochopila matematické operace se zlomky, musí u ni vybudovat správnou představu o zlomcích. Doufám, že jsem jí i pomohla s tím, jak u Lenky tuto představu budovat.

Diplomová práce mi sice byla velkým přínosem, ale popravdě jsem měla několikrát „chuť to vzdát“. Ne zrovna všechno šlo přesně podle mě. Zjistila jsem, že neumím systematicky pracovat, že si neumím rozvrhnout práci tak, abych vše zvládla v pohodě. „Krizovým“ měsícem byl únor 2006 – v tu dobu jsem věděla, že se blíží čas odevzdání diplomové práce a že já jsem teprve na začátku. Dnes bych postupovala jinak. Nejprve bych si zkusila najít dostupnou literaturu o zlomcích a začala prozkoumávat prostředí, kde bych po té svoje experimenty prováděla. Ráda bych například viděla několik učitelů, jak problematiku zlomků vykládá.

S každým experimentem, s každou novou sepsanou analýzou jsem se dostávala blíž a blíž k dětskému myšlení. Víím, že abych děti pochopila, mám před sebou ještě dlouhou cestu, ale důležité je chtít se dětem přiblížit a být jim posluchačem a ne jen poučovatelem. Doufám, že mé přibližování se k dětské duši se mnou půjde po celou dobu mé profesní dráhy a že o sobě budu moct jednou říci, že jsem dobrou učitelkou.

Seznam literatury

Hejný, M., Stehlíková, N.: *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta 1999. ISBN 80-86039-98-6

Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N.: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta 2004.

Müller, G. N. Kap. 3. 6. Elementare Theorie der Kettenbrüche. In (Eds.) G. N. Müller, H. Steinbring, E. Ch. Wittmann, *Aritmetik Als Prozess*. Kellmeyer 2004, s. 311-330. ISBN 3-7800-2051-3

Tichá, M. (2003). *Following The Path of Discovering Fractions*. In: Proceedings SEMT'03, PedF UK, Prague, ed. by Novotná, J., pp. 17-26

Hejný, M., Kuřina, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2001. ISBN 80-7178-581-4

Macháčková, J.: Jak řeší úlohy se zlomky žáci? A jak učitelé? In: *Sbomík semináře Dva dny s didaktikou matematiky 2005*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta KMDM 2005. ISBN 80-7290-223-7

Kubínová, M.: *Projekty ve vyučování matematice – cesta k tvořivosti a samostatnosti*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta 2002. ISBN 80-7290-088-9

Krause, J., Petráčková, V. a kol.: *Akademický slovník cizích slov*. Praha: Academia 2001. ISBN 80-200-0607-9

Seznam příloh

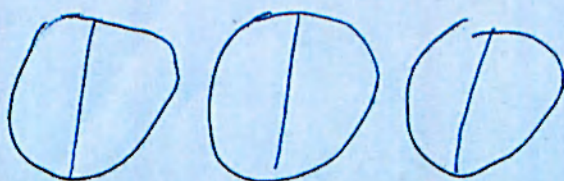
	Str.
Příloha 01: Anička	1
Příloha 02: Jan	6
Příloha 03: Markéta	11
Příloha 04: Lucka	14
Příloha 05: Lenka	20
Příloha 06: Vítek	25
Příloha 07: Natálka	29
Příloha 08: David	33
Příloha 09: Dan	37
Příloha 10: Michaela	41
Příloha 11: Vojta	45
Příloha 12: Katka	49
Příloha 13: Michal	53
Příloha 14: Tomáš	57

Příloha 01: Anička (10 let)

ANIČKA
(10 let)

Ve.

1. Rozděl 3 stejně velké koláče mezi 6 dětí tak, aby každý dostal stejně.



Každý dostal půl koláče.

2. ²Anička řekla, že přijde domů za půl hodiny, ¹Tonda za čtvrt a ²Petr za tři čtvrtě. Kdo přijde domů nejdřív a kdo nejpozději?

Ve .

3. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina *jedno kolaře*



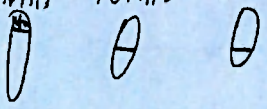
Třetina *Ubila první třetinu. 1115 hod.*

Čtvrtina *Ve třídě byla čtvrtina dětí.*



Ve.

4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)

ADAM TOMÁŠ DAVID


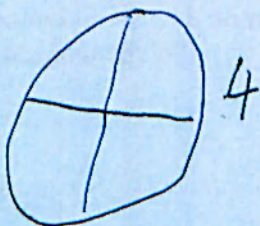
Nejvíce snědl David potom Tomáš a nejméně Adam.

5. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znáš, kde má tatínek tyčku přerušit?



Ve.

7. Maminka rozdělila koláč na čtvrtiny. Na kolik dílů maminka koláč rozdělila?



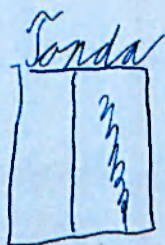
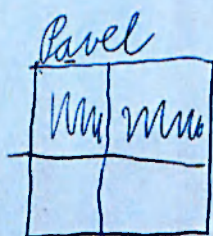
8. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



Iva snědla 6 dílků a 6 jí zůstalo.

Ve.

9. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a dala ji Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala ji Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Pavlovi zbylo ~~pol~~ půl pizzy.

Tondovi zbylo ~~pol~~ půl pizzy.

Příloha 02: Jan (9 let)

JAN
(9 let)

7.

1. Rozděl 3 stejně velké koláče mezi 6 dětí tak, aby každý dostal stejně.



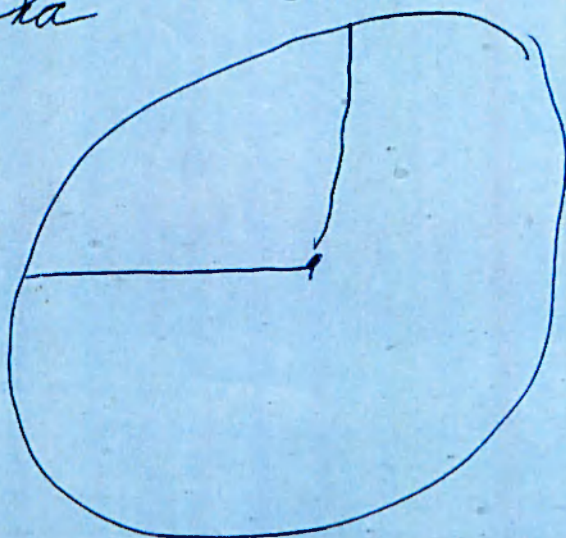
Každý dostane jednu půlku.

2. Anička řekla, že přijde domů za půl hodiny, Tonda za čtvrt a Petr za tři čtvrtě. Kdo přijde domů nejdříve a kdo nejpozději?

Anička



Tonda



Petr



D.

3. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina

půlka



Třetina

neví

Čtvrtina

4 kusky



11.

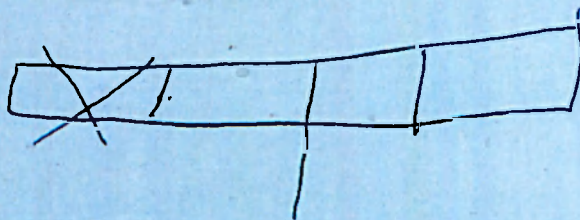
4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)

Adam 1
4

Tomáš 2 David 3
1

5. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušit.

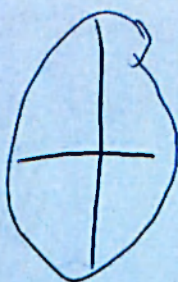
Tatínek má ^{světline} uprostřed přerušit tyč.



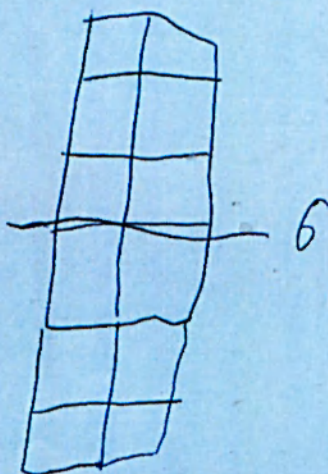
D.

7. Maminka rozdělila koláč na čtvrtiny. Na kolik dílů maminka koláč rozdělila?

Maminka rozdělila koláč na 4 čtvrtiny.



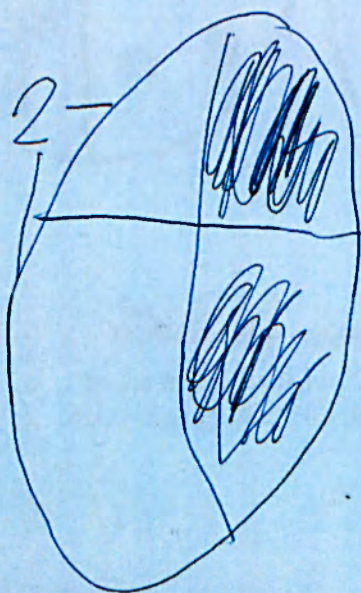
8. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



D.

9. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a dala ji Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala ji Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

Pavel snědl víc. protože

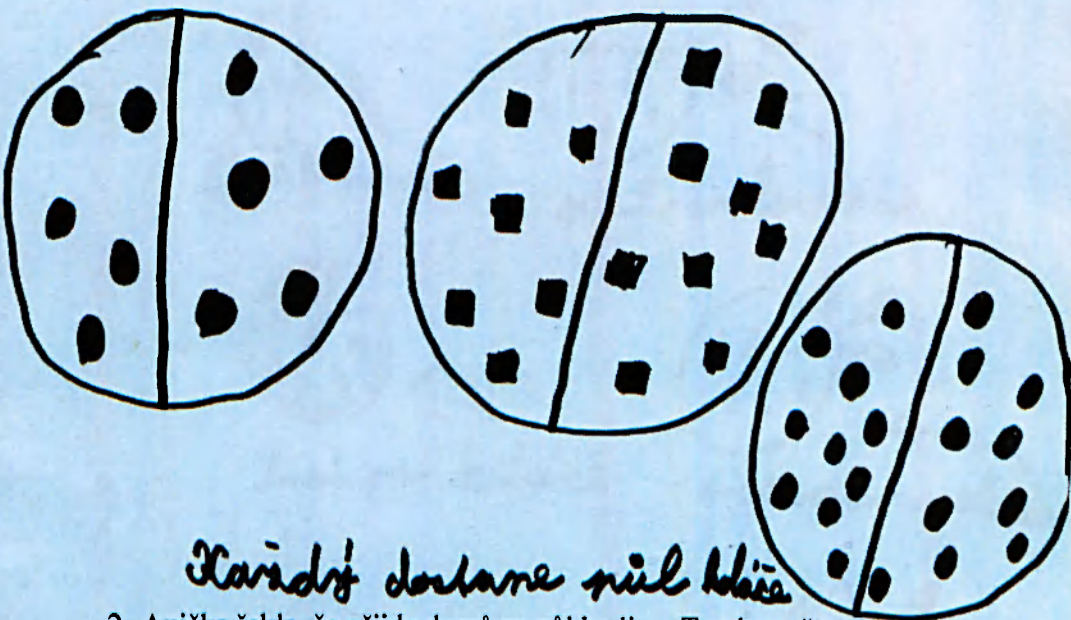


Příloha 03: Markéta (9 let)

K

MARKÉTA
(9 let)

1. Rozděl 3 stejně velké koláče mezi 6 dětí tak, aby každý dostal stejně.



Každý dostane půl koláče

2. Anička řekla, že přijde domů za půl hodiny, Tonda za čtvrt a Petr za tři čtvrtě. Kdo přijde domů nejdřív a kdo nejpozději?

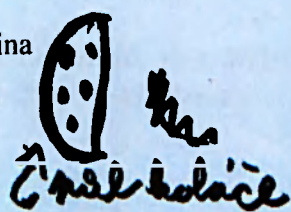
Anička	-	na půl hodiny
Tonda		na čtvrt hodiny
Petr		na tři čtvrtě hod.
nejdříve domů		d
nejpozději domů		c

~~nejdříve přijde Anička na~~
nejdříve Tonda na čtvrt hod.
nejpozději přijde Petr na tři čtvrtě hod.

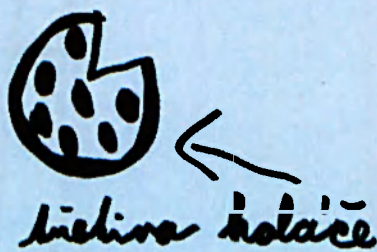
12

3. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

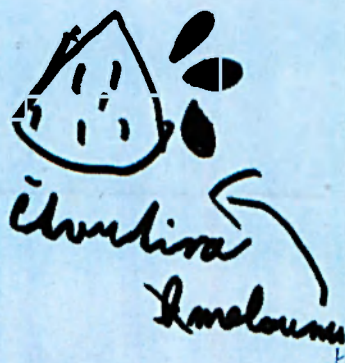
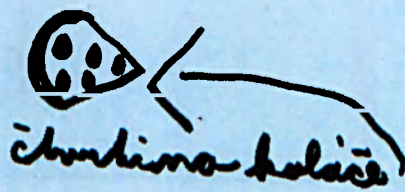
Polovina



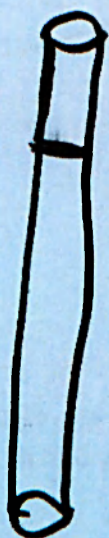
Třetina



Čtvrtina



5. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerážnout.

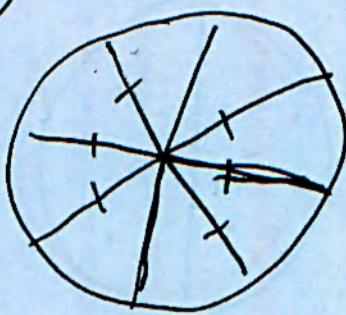
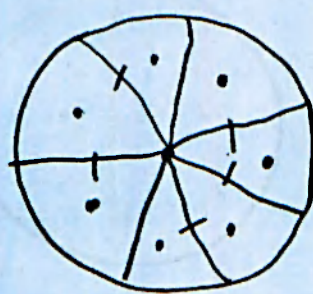
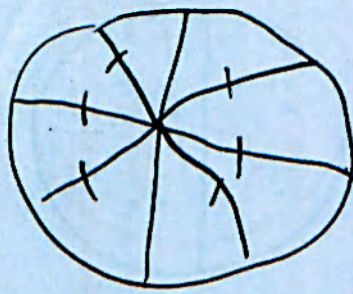


Příloha 04: Lucie (10 let)

V.

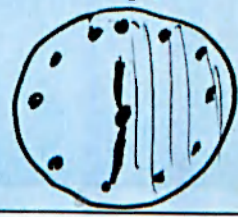
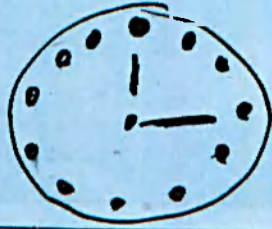
LUCIE
(10 let)

1. Rozděl 3 stejně velké koláče mezi 6 dětí tak, aby každý dostal stejně.

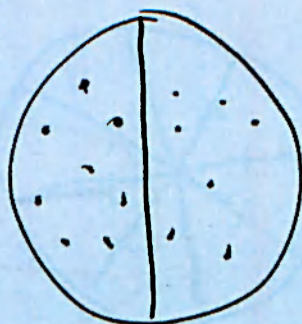
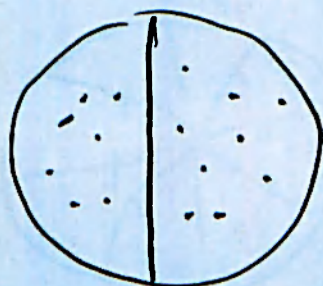
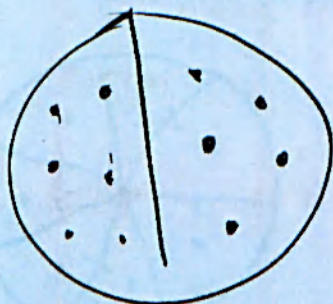


2. Anička řekla, že přijde domů za půl hodiny, Tonda za čtvrt a Petr za tři čtvrtě. Kdo přijde domů nejdřív a kdo nejpozději?

Anička přijde za půl hodiny
Tonda přijde za čtvrt hodiny
Petr přijde za tři čtvrtě
nejdříve h 2. 1.



6 dělí



Každý dostane půlku koláče.

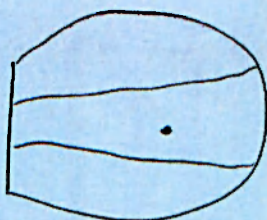
V.
3. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina

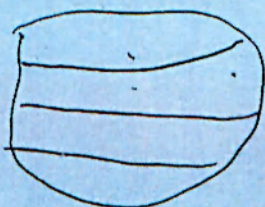
půl holíčce, půl



Třetina

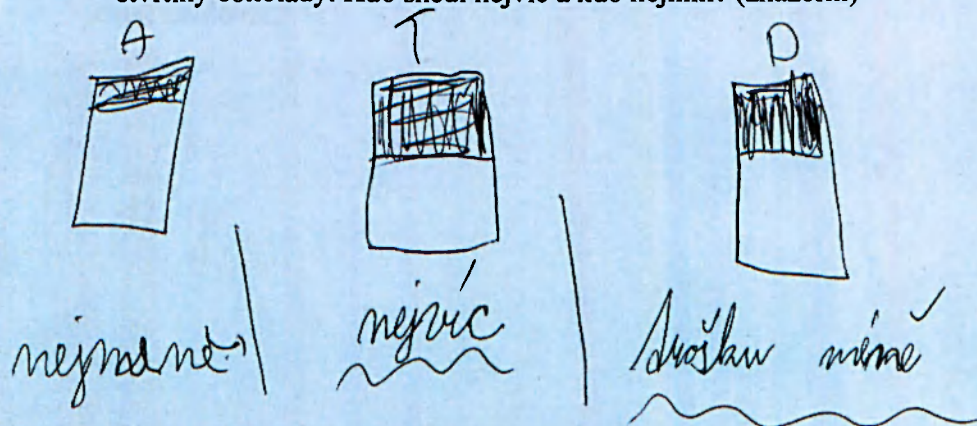


Čtvrtina

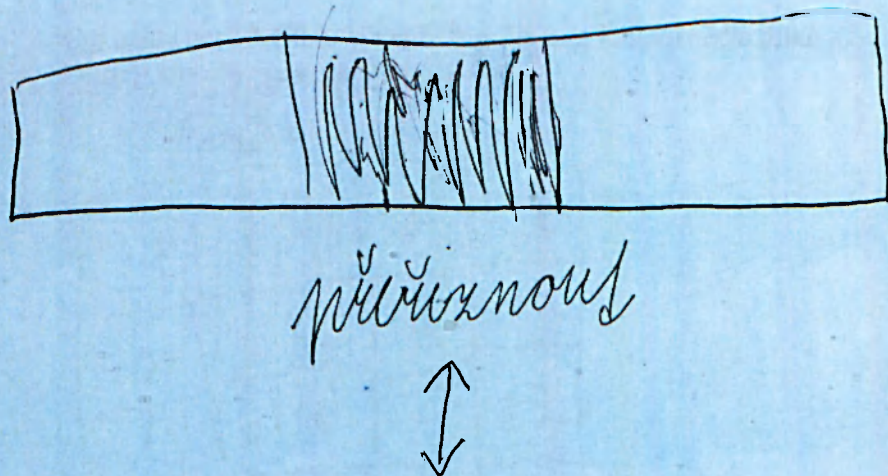


V:

4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



5. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušit.



V:

7. Maminka rozdělila koláč na čtvrtiny. Na kolik dílů maminka koláč rozdělila?

4 díly

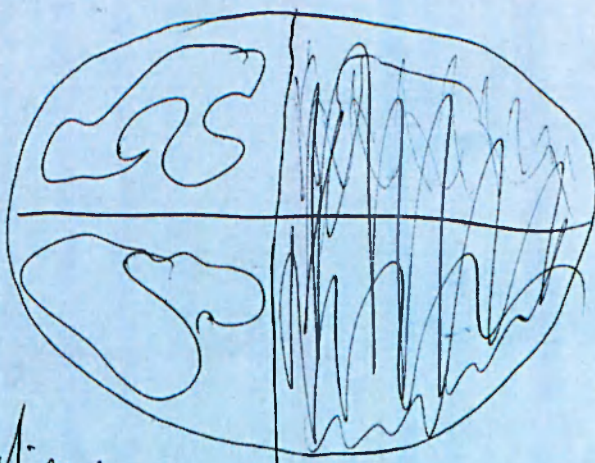
8. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)

Mikha

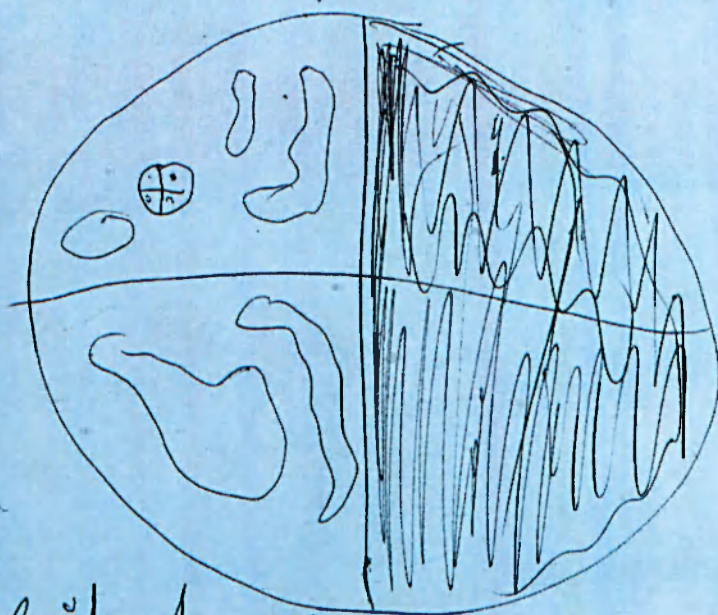
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

6 dílků snědla | 6 jí zbylo

9. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a dala ji Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala ji Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?




zbylo 2 čtvrtiny

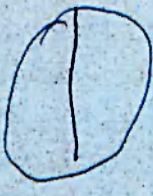


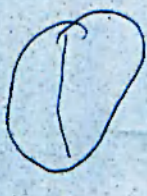
zbylo 2 čtvrtiny

Příloha 05: Lenka (13 let)

2



2



4


6


Děti měly koláče půlku.


3.
polovina



čtyřlístek



4


Anička
2


Tonda
1


Petr
3

Nedělní půjok Tonda Neprosedji půjok Petr.

2.



2



4



6

Děti měly holáče půlku.

3. polovina



čtyřlístek

4



Anička

2



Tonda

1

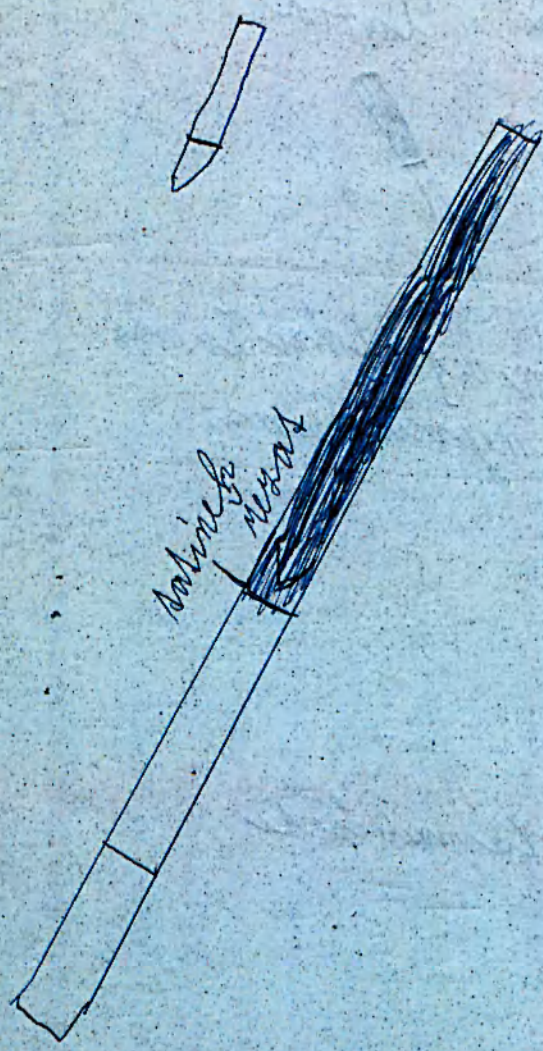


Petr

3

Nejdříve přijde Tonda Neposlední přijde Petr.

5



6.

Adam

Tomáš

David



1



3



2

od první je Adam a poslední Tomáš.
nejvíce Adam nejmenší Tomáš.

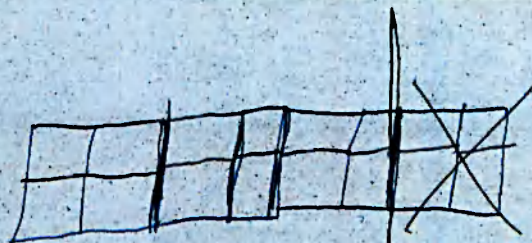
8



Maminha rozdělila na 4 části

9.

wa



wa snědla 6 polovina slyb 6.

10.



Pavel



Tonda

Pavel snědl puzau a Tonda snědl
puzau.

Příloha 06: Vítek (10 let)

VÍTEK
(10 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina

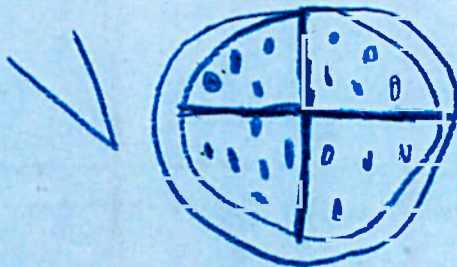
Polovina jablka



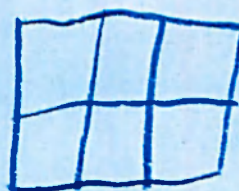
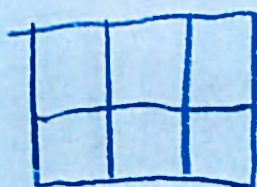
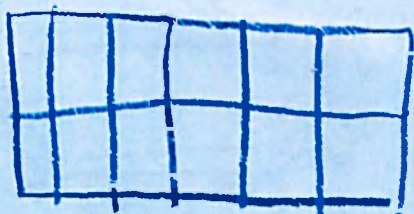
Třetina



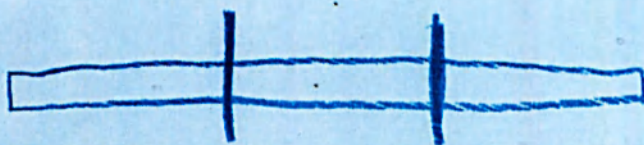
Čtvrtina



2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znáznorní, kde má tatínek tyčku přeříznout.



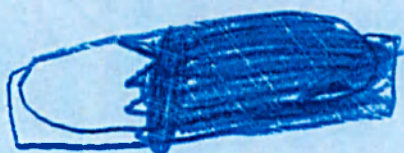
4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



Adam

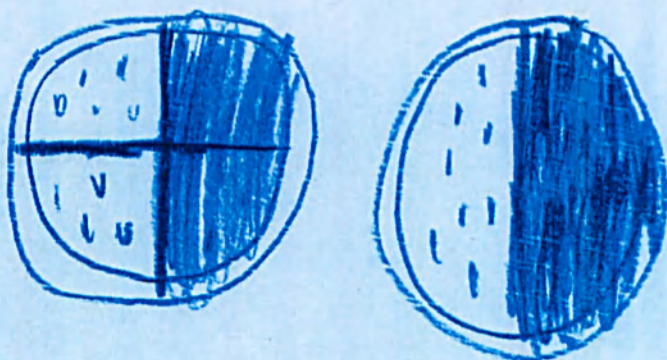


Tomáš



David

5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

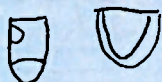


Příloha 07: Natálie (8 let)

Natálka
(Pleť)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



Třetina



Čtvrtina



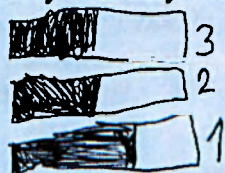
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



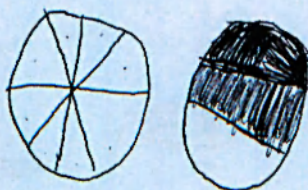
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přeréznout.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Příloha 08: David (7 let)

DAVID
(7 let)

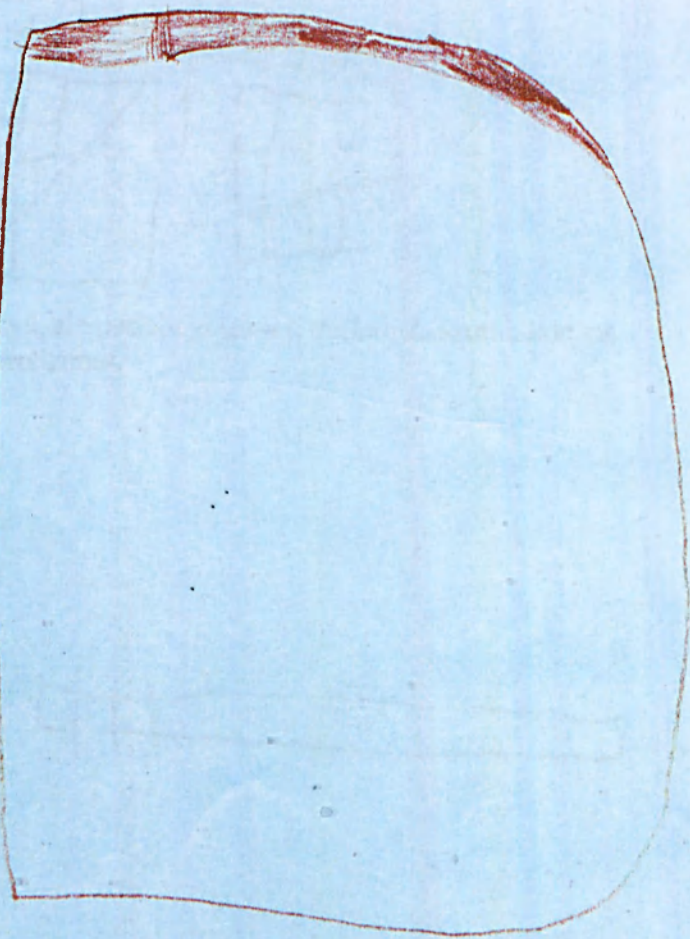
1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina

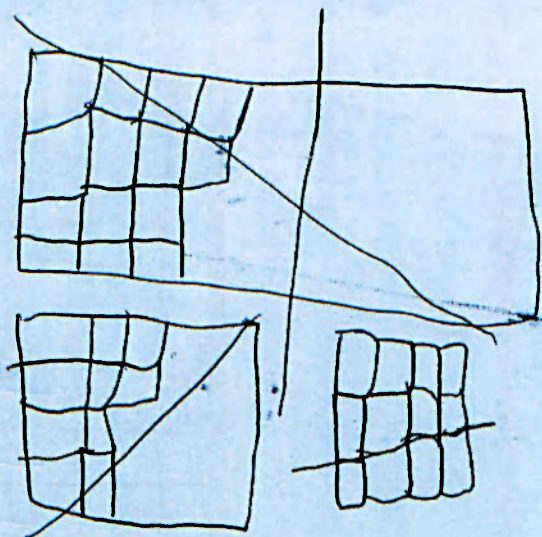
Třetina



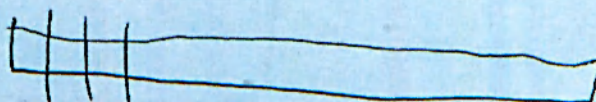
Čtvrtina



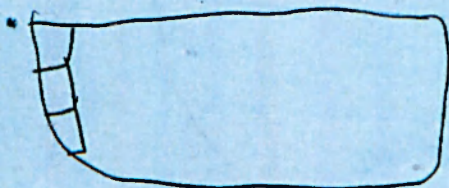
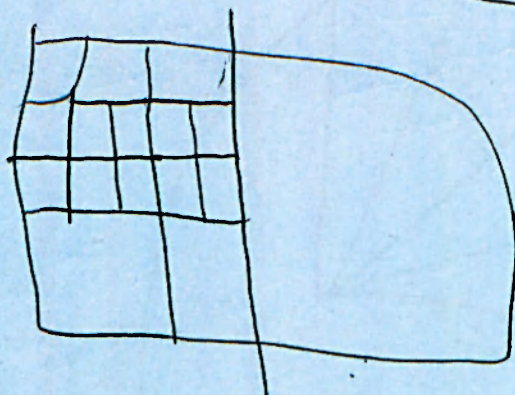
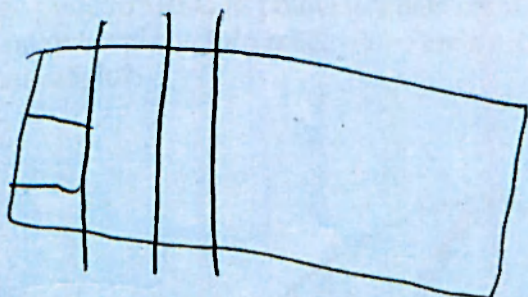
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



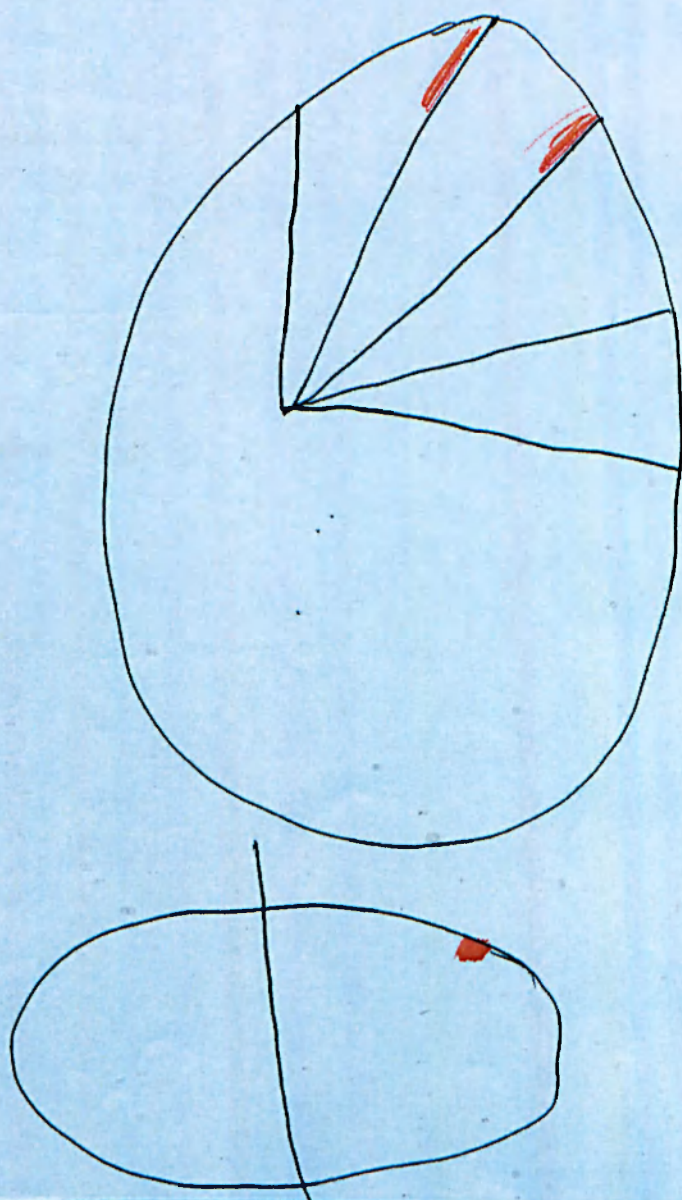
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušit.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Příloha 09: Dan (8 let)

DAN
(8 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



Třetina



Čtvrtina



2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



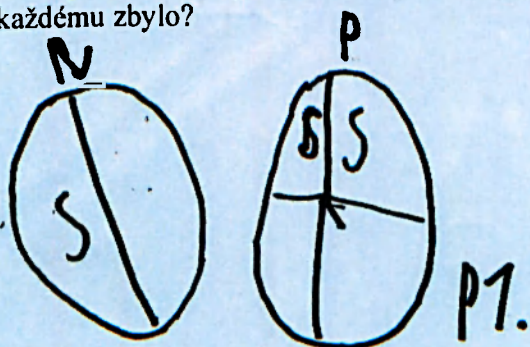
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přeříznout.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)

|||| 1.

5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Příloha 10: Michaela (10 let)

MICHAELA
(10 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina

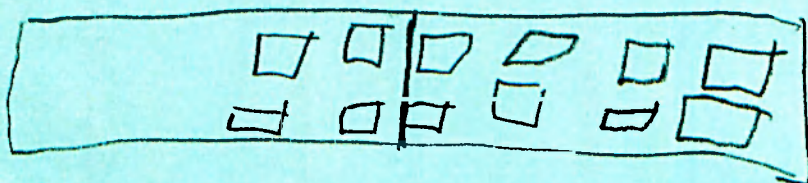


Třetina

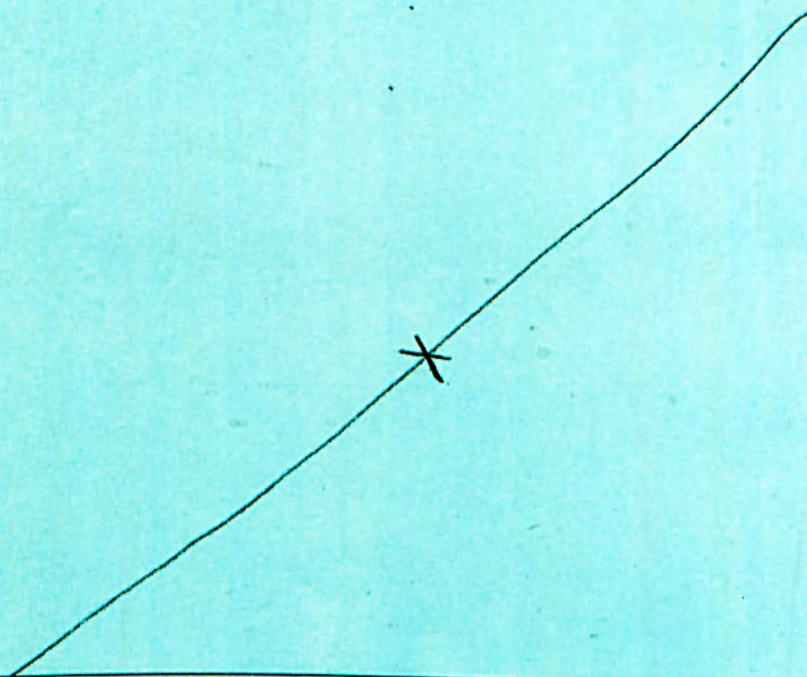
Čtvrtina



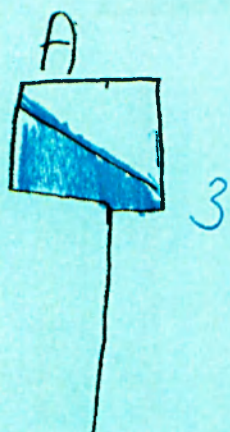
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přeráznout.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

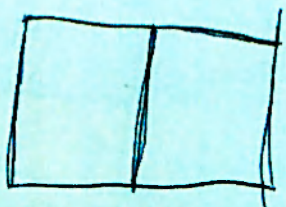


Příloha 11: Vojta (10 let)

VOJTA
(10 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



Třetina

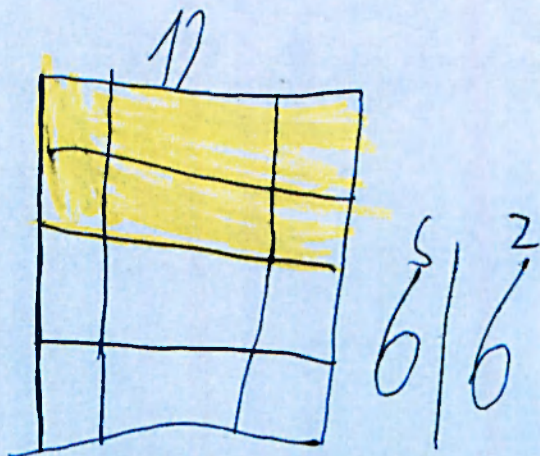
3

Čtvrtina

čtvrtka



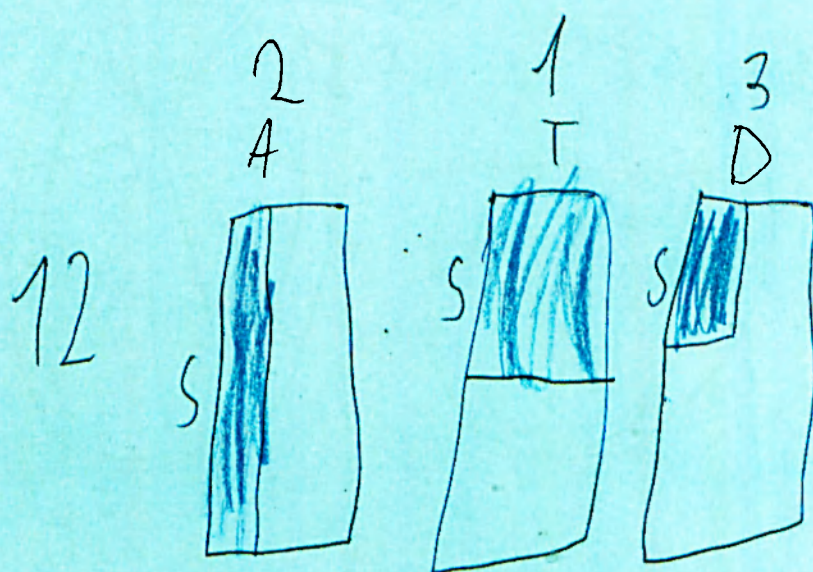
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



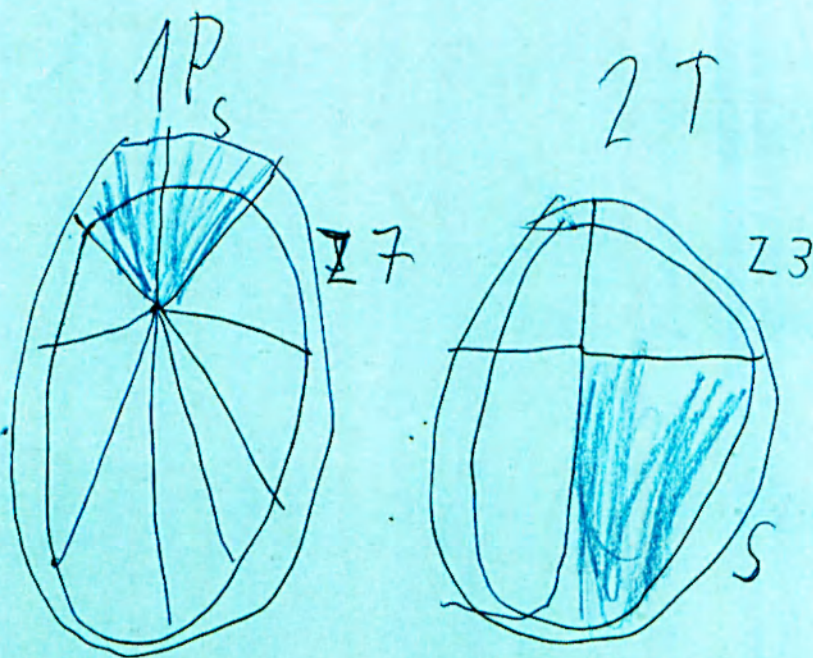
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přefíznout.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

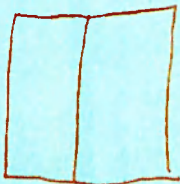


Příloha 12: Kateřina (12 let)

KATEŘINA
(12 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



Třetina



Čtvrtina

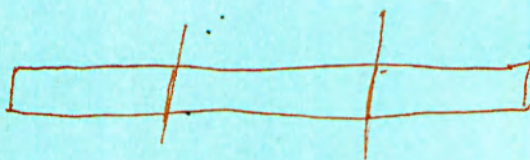


2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)

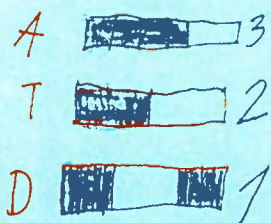


Iva snědla 6 dílků a 6 jí zůstalo

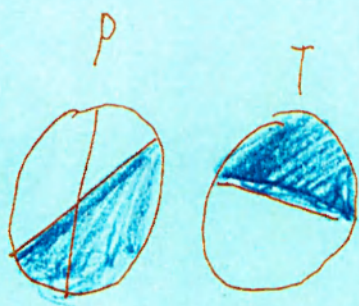
3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerýznout.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejméně? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Tonda a Pavel snědl stejně.

Příloha 13: Michal (13 let)

MICHAL
(13 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



Třetina

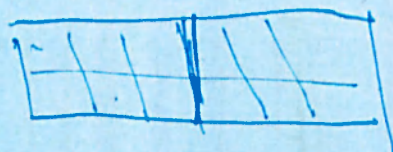


Čtvrtina



22

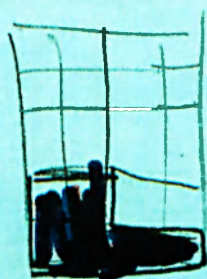
2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušit.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



3



1,



2,

5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?



Každěmu zbyla polovina!

Příloha 14: Tomáš (12 let)

TOMÁŠ
(12 let)

1. Co tě napadne, když se řekne polovina, třetina, čtvrtina?

Polovina



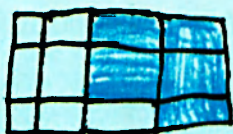
Třetina



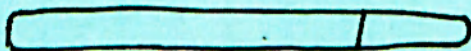
Čtvrtina



2. Čokoláda má 12 dílků. Iva snědla polovinu. Kolik snědla dílků a kolik jí zůstalo? (znázorni)



3. Tatínek má tyč, ale potřebuje jen její třetinu. Znázorni, kde má tatínek tyčku přerušit.



4. Adam, Tomáš a David si koupili každý stejnou čokoládovou tyčinku. Adam snědl čtvrtku čokolády, Tomáš půlku a David tři čtvrtiny čokolády. Kdo snědl nejvíc a kdo nejmíň? (znázorni)



5. Maminka koupila 2 stejně velké pizzy. Jednu rozdělila na čtvrtiny a celou ji dala Pavlovi. Pavel z ní snědl dvě čtvrtiny. Druhou pizzu rozdělila na poloviny a dala pizzu Tondovi. Tonda snědl polovinu pizzy. Kdo snědl víc – Tonda nebo Pavel? Kolik každému zbylo?

